

# Programování v Haskellu

---

KSI MFF CUNI CZ

2021

verze slajdů: v2020-39-gbfff1650

sestavení: 2021-12-12 20:42:07 +0100

# Úvod a předběžnosti

---

NPRGO68, 2/0 Zk, 3 kredity

`kratochvil@ksi.mff.cuni.cz`

`http://ksi.mff.cuni.cz/~kratochvil/haskell`

Výuka asi bude nejspíš probíhat prezenčně.

V případě potíží přejdeme na distanční.



## 1. Domácí úkoly — využití prostředků jazyka

- rozsah cca. 5% LOC úkolů z Javy a C++
- Zadání budou na webu
- Předběžný rozvrh:

| Úkol | Zadání  | Termín  | (Týdny) |
|------|---------|---------|---------|
| 1    | 30. 9.  | 28. 10. | 1–5     |
| 2    | 28. 10. | 25. 11. | 5–9     |
| 3    | 25. 11. | 6. 1.   | 9–14    |

## 2. Zkouška — max 5–10 minut lehce teoretické diskuze

- zhodnocení odevzdaných úkolů
- témata budou vyvěšená na webu
- témata  $\subset$  obsah slajdů

## Co je potřeba do kdy stihnout?

- **Odevzdat úkoly v termínu.**

Termín je do půlnoci dne označeného jako termín (tj. první úkol byste měli začít odevzdávat nejpozději 28. 10. ve 23:59:59.999).

Pokud nebudete stíhat, **dejte vědět předem.**

- **Jít na zkoušku.** (alternativně: dojit k počítači se zůmem)

Termíny budou v SISu.

Výsledné hodnocení bude odvozené především od množství a kvality odevzdaných úkolů, zkoušku berte jako kontrolu autentičnosti vašich řešení (a příležitost se dozvědět něco zajímavého, co vám v průběhu semestru uniklo). Obtížnost by *po zvládnutí DÚ* měla být naprosto zanedbatelná.

- **Velikost řešení** není vhodné přehánět (čím menší, tím lepší!)
- **Správnost:**
  - Rozumné použití typového systému pro prevenci běhových chyb
  - Rozumná časová složitost použitých algoritmů

1. Z řešení vyrobte cabalový balík
2. Použijte `cabal sdist`
3. Výsledek nahrajte do odpovídající kolonky v SISu.

Slajdy jsou volně k dispozici na webu (budou přibývat přes semestr)

Pokud najdete chybu nebo vymyslíte zlepšení:

- řekněte si o git access (implementace: `lhs2TeX` + beamer)
- malé věci reportujte mailem

Typické zlepšení: ilustrativní obrázek obsahující kočku.

1. opakování z neprocedurálního programování
2. štourání v typech, monádách a IO
3. standardní knihovna
4. implementace jazyka, RTS, typového systému a modularizace
5. nejužitečnější ostatní abstrakce a knihovny

- návrhové vzory z funkcionálního programování a Haskellu jsou jedny z nejmladších a nejužitečnějších věcí, které komunita má
- haskellové programy nepadají  
(tj.: haskellové programy nepadají z hloupých důvodů)
- funkcionální programování je Opravdu Hodně Expresivní
- důsledek: průmysl začíná chtít funkcionální programátory  
(ještě se musí zjistit, že Scala je fakt úlet)
- zjistíte i něco o ostatních jazycích

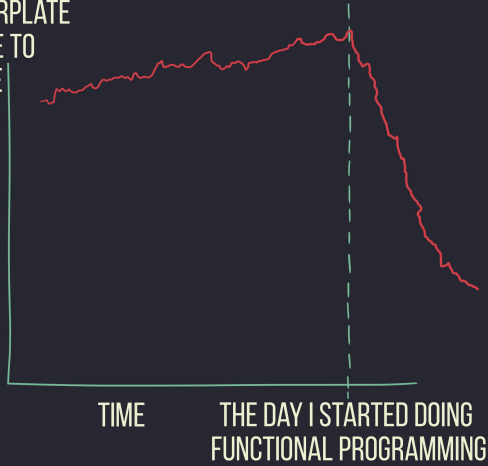
- Bonus 1: Haskellová praxe dramaticky zlepšuje schopnost programovat bez chyb ve všech ostatních jazycích.

Programátor umí z libovolného typecheckeru vyždímat maximum.

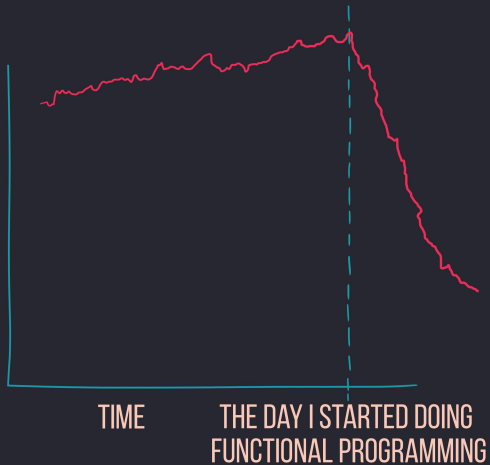
- Bonus 2: Hodně temných a těžko vysvětlitelných jevů z C++ má v Haskellu svou pochopitelnější variantu.



AMOUNT OF  
BOILERPLATE  
I HAVE TO  
WRITE



AMOUNT  
OF TIME  
SPENT IN  
DEBUGGER



# Stručná historie



**parsonsmatt** 5:00 PM

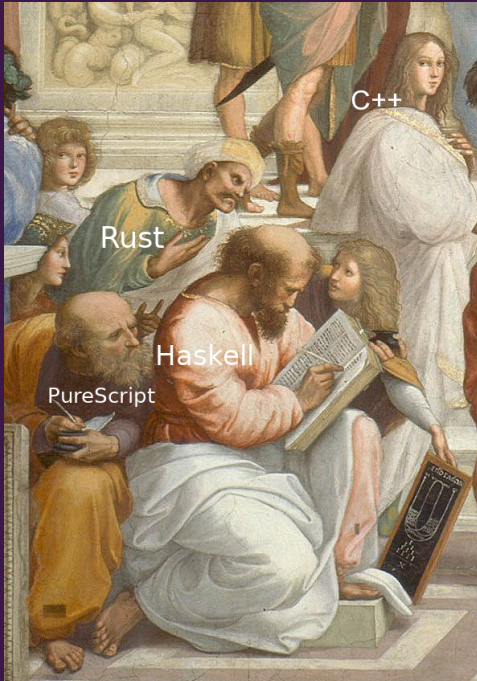
new messages

[@borkdude](#) Haskell has roots in academia, but it became "production possible" in the mid-2000s when it got a package manager, low-level and high-performance array, text, and byte vector libraries. It became "production friendly" in the early 2010s when the package ecosystem was more filled out and some major issues with cabal were worked around. In the last few years, it has become an extremely good choice in production, due to the variety of high quality libraries, ease of interop with a variety of languages (inline-code support for C, Java, R), extremely high performance compiler and runtime (we have cheaper/lighter green threads than Erlang), and a fantastic community that is starting to focus on the needs of beginners, intermediates, and industrial programmers



Industry-ready



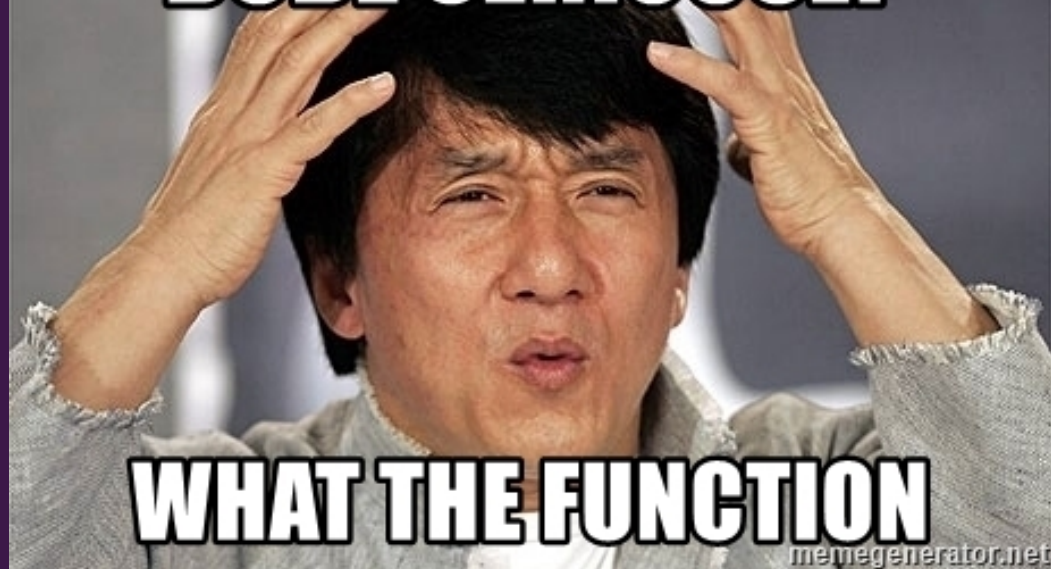


*wordCount = length · words <\$> readLine*

*rle = map (liftA2 (, ) head length) · group*

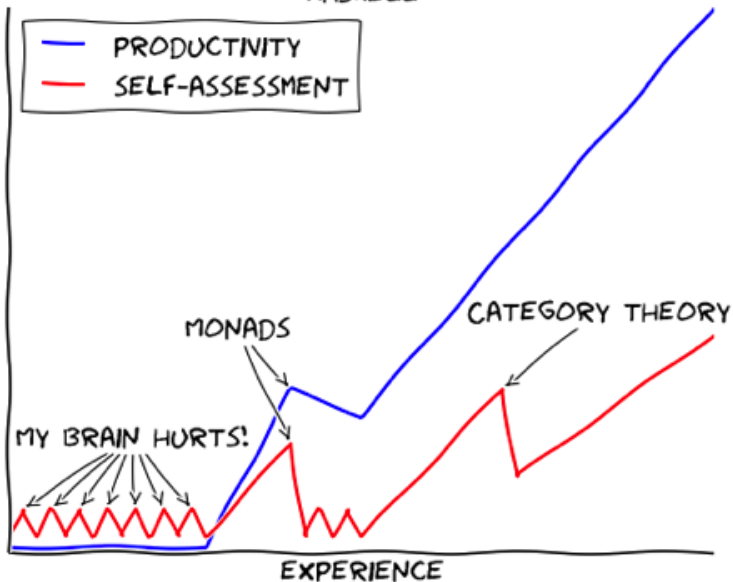
*scc g = dfs g · reverse · postOrd \$ transposeG g*

**DUDE SERIOUSLY**



**WHAT THE FUNCTION**

HASKELL





- Learn You A Haskell For Great Good  
<http://learnyouahaskell.com/>
- Real World Haskell  
<http://book.realworldhaskell.org/>
- Hoogle  
<https://hoogle.haskell.org/>
- Typeclassopædia
- Haskell Wikibook
- What I Wish I Knew When Learning haskell  
<https://github.com/sdiehl/wiwinwlh>
-

- NPRG005 Nproc
  - typový systém Haskellu je skoro Prolog!
  - hlavním účelem NPRG005 je naučit se rekurzi, tady budeme trochu blíž normálnímu programování
- NAILO78, NAILO79 Lambda kalkulus a funkcionální programování
  - (ne)rozhodnutelnost, typové systémy, souvislost s logikou
- NAILO97 Funkcionální programování
  - sémantika, typové systémy víc zblízka
  - občas Agda a kategorie

- Haskell je ‘managed’ — o napojení na systém se stará run-time.
  - Nelze s ním (úplně) nahradit nízkourovňové jazyky (C, C++, Rust).
  - Je velmi vhodné naplno využít potenciál run-time vrstvy a Haskelllem nahrazovat různé polovičaté C-like managed jazyky — typicky Javu a C#, běžně se stonásobnou úsporou kódu, času, chyb, rychlosti a nervů.
- Haskell je ‘typovaný’ a ‘kompilovaný’ — nelze s ním (úplně) nahradit shell-like jazyky (Bash, R, K, ...), ale jde se k tomu dost přiblížit.
- Haskell není ‘browserový’, ale jde (s trochou opatrnosti) kompilovat do JavaScriptu.

# Aktuální obsah slajdů

1. Úvod a předběžnosti
2. Rychloúvod do funkcionálního programování
3. Praxe s monádami: Parsovací kombinátory
4. Balíčky a knihovny
5. Tour de Prelude
6. Kontejnery
7. Kompilujeme Haskell
8. Curry-Howardova korespondence
9. Optika, čočky a hranoly
10. Transformujeme monády
11. Stringologie a formátování textu
12. IO!
13. Grafické knihovny
14. Debugování, testování, benchmarking
15. Webové aplikace
16. eDSL a interprety

# Rychloúvod do funkcionálního programování

---

## Kde sehnat prostředí?

Použijte ghcup

<https://github.com/haskell/ghcup-hs>

## Kde sehnat prostředí (bez ghcup)

**Windows/Mac:** Nainstalujte si Haskell Platform.

- <https://www.haskell.org/platform/>

**Unix-compatible:** Použijte oblíbený balíčkováč.

- `apt-get install ghc`
- `yum install ghc`
- `pkg install ghc`
- ...
- ArchLinux: `ghc-static`, `cabal-static`!

Ve vlastním zájmu používejte nějaký unix.

**Pozor:** Ubuntu se nepočítá jako unix.

# Hello

```
$ cat > hello.hs <<EOHS
main = putStrLn "Hello MFF!"
EOHS

$ runhaskell hello.hs
Hello MFF!

$ ghc hello.hs -o hello
[1 of 1] Compiling Main    ( hello.hs, hello.o )
Linking hello ...

$ ./hello
Hello MFF!
```



```
$ ghci hello.hs
GHCi, version 8.2.2
[1 of 1] Compiling Main ( hello.hs, interpreted )
Ok, one module loaded.
*Main> :t main
main :: IO ()
*Main> main
Hello MFF!
*Main> 5+5
10
```

Standardní pomůcky: `hindent`, `hlint`, `ghcid`.

Editory:

- obecně: `haskell-language-server`, `ghc-mod`
- vim: `Haskell-vim-now`, `Syntastic`, `neco-ghc`
- emacs: `spacemacs` + `haskell-mode`

IDE škodí kvalitě kódu. Pokud váš kód nebude číst nikdo jiný a bez IDE neumíte žít, můžete zkusit:

- `leksah`
- pluginy do IntelliJ, Eclipse, KDevelop

Haskell je deklarativní jazyk, program je hromada definovaných hodnot:

*jmenoHodnoty = definiceHodnoty*

*hodnotaSParametrem parametr = definice*

Pokud je v programu hodnota `main`, runtime ji pro “spuštění” programu “vyhodnotí”.

*main = print (1 + 1)*

- Jména proměnných začínají malým písmenem: a b ahoj
- Literály: 123, 1.5, 'a', "nazdar"
- 2 výrazy za sebou = aplikace funkce na parametr:
  - *negate* 5
  - *take* 3 "kocka"
- operátory mají nižší prioritu než aplikace!
  - +, -, ++, ==, >=, <=, ...
  - *negate* 5 - 10     $\leadsto$ ?
- kulaté závorky:
  - *take* 1 + 2 "kocka"
  - *take* (1 + 2) "kocka"

Vlastní operátory jde definovat s asociativitou a prioritou:

**infixr** 3 ++

**infixl** 6 /%/

**infix** 5 :=>

Operátor jde předělat na funkci uzávorkováním:

$5 + 10 \rightsquigarrow 15$

$(+) 5 10 \rightsquigarrow 15$

Identifikátor ve zpětných apostrofech je operátor:

$mod\ 10\ 3 \rightsquigarrow 1$

$10\ 'mod'\ 3 \rightsquigarrow 1$

**Pozor** na unární mínus.

Funkci jde definovat jako definici s parametrem:

$$f\ a\ b\ c = b^2 - 4 * a * c$$

nebo ekvivalentně jako lambdu:

$$f = \lambda a\ b\ c \rightarrow b^2 - 4 * a * c$$

nebo ekvivalentně úplně rozdrobit:

$$f = \lambda a \rightarrow \lambda b \rightarrow \lambda c \rightarrow b^2 - 4 * a * c$$

- pojmenovávat lambdy není nutné
- $\lambda$  se píše jako zpětné lomítko

Občas se hodí mít něco zdefinovaného lokálně.

```
solve a b c =  
  let  $d = b^2 - 4 * a * c$   
     $solution\ op = (-b\ 'op'\ sqrt\ d) / (2 * a)$   
  in ( $solution\ (+)$ ,  $solution\ (-)$ )
```

To samé obráceně:

```
solve a b c = ( $solution\ (+)$ ,  $solution\ (-)$ )  
  where  $d = b^2 - 4 * a * c$   
     $solution\ op = (-b\ 'op'\ sqrt\ d) / (2 * a)$ 
```

**if** *cond* **then** *a* **else** *b*

- *cond* musí být booleovská hodnota
- “if bez else” nedává matematicky smysl (jaký typ má nic?)

**case** *x* **of**

*moznost1*  $\rightarrow$  *vysledek1*

*moznost2*  $\rightarrow$  *vysledek2*

$\_$   $\rightarrow$  *necojineho*



Pattern matching:

$$\mathit{fac}\ 0 = 1$$

$$\mathit{fac}\ n = n * \mathit{fac}\ (n - 1)$$

Guards:

$\mathit{gcd}\ x\ y$

$$| x < y \quad = \mathit{gcd}\ y\ x$$

$$| y \leq 0 \quad = x$$

$$| x > y \quad = \mathit{gcd}\ y\ (x \text{ 'mod' } y)$$

$$| \mathit{otherwise} = \perp \quad \text{-- error}$$

- **Haskell je líný!** Prakticky žádnou funkci nevyhodnotí, dokud to nebude přímo potřeba.

Důsledek: nekonečná data jsou OK

$allIntsFrom\ n = n : allIntsFrom\ (n + 1)$

- **Haskell je referenčně transparentní!** Funkce se chovají 'čistě' a matematicky.

Důsledek: kompilátor může kód upravovat výrazně volněji

$f\ x + f\ x \equiv \text{let } temp = f\ x \text{ in } temp + temp \equiv 2 * f\ x$

- **Haskell je staticky typovaný!**

Důsledky:

- při běhu nevznikne chyba z typových důvodů
- znalost typů lze při překladu různě využívat

**Cykly jsou ve funkcionálním jazyce zbytečné.**

Cykly jsou ve funkcionálním jazyce zbytečné.  
(jdou plně nahradit rekurzí)



Názvy jednoduchých typů začínají velkým písmenem, typy je možné specifikovat pomocí čtyřtečky.

```
cislo :: Integer
```

```
cislo = 5
```

```
jineCislo = (5 :: Float)
```

V `ghci` je možné typ čehokoliv zjistit pomocí `:t`.

$id :: a \rightarrow a$

...ve skutečnosti:  $id :: (\forall a) a \rightarrow a$

tj. neplatí  $id :: Int \rightarrow a$  ani  $id :: a \rightarrow Int$ .

$(, ) :: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$

$(\cdot) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$

$head :: [a] \rightarrow a$

$(+) :: Num\ a \Rightarrow a \rightarrow a \rightarrow a$

...tzn.  $(+) :: (\forall a \in Num) a \rightarrow a \rightarrow a$

Monomorfni:

$id :: Int \rightarrow Int$

$gcd :: Integer \rightarrow Integer \rightarrow Integer$

Viceparametrové funkce neexistují!

$$f :: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$$
$$f\ 1\ 2\ 3 :: \text{Int}$$
$$f :: \text{Int} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow \text{Int}))$$
$$f\ 1 :: \text{Int} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow \text{Int})$$
$$(f\ 1)\ 2 :: \text{Int} \rightarrow \text{Int}$$
$$((f\ 1)\ 2)\ 3 :: \text{Int}$$

Související kombinátory:

$$\text{curry} :: ((a, b) \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c)$$
$$\text{uncurry} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow ((a, b) \rightarrow c)$$

## Haskell Curry





Koncept porodil Schönfinkel (1924), v kombinátorové logice populárně použil až Curry.  
Samozřejmě k dispozici je i varianta `schön`, `unschön`.

## Moses Schönfinkel



“Arity pls.”

Kontrolní otázka: Kolik parametrů má funkce  $id :: a \rightarrow a$ ?

Kontrolní otázka: Kolik parametrů má funkce  $id :: a \rightarrow a$ ?

Odpověď: počty parametrů jsou blbost!

$id\ 5$

$id\ gcd\ 10\ 15$

$id\ id\ gcd\ 10\ 15$

- `1 :: Int, Integer, Word, Int64, ...`
- `'c' :: Char, Word8, ...`
- `1.23 :: Float, Double`
- `True :: Bool, False :: Bool`
- `()` — existující nicneříkající typ
- `Void` — neexistující nicneříkající typ

- $[a]$  – seznam  
 $[1, 2, 3] :: \text{Num } a \Rightarrow [a]$
- **type**  $\text{String} = [\text{Char}]$
- $\text{Maybe } a$ 
  - $[\text{Just } 'c', \text{Nothing}] :: [\text{Maybe Char}]$

## Definice algebraických datových typů

**data** *Bool* = *False* | *True*

**data** () = ()

**data** *Void*

Typy s obsahem:

**data** *DvojiceIntu* = *Par Int Int*

Konstrukce:

*Par 2 3* :: *DvojiceIntu*

Destrukce (a.k.a. pattern match):

*f* :: *DvojiceIntu* → *Int*

*f* (*Par a b*) = *b*

Parametry jako u funkcí (jen na jiném univerzu):

```
data Maybe a = Nothing | Just a
data (, ) a b = (, ) a b
data Either a b = Left a | Right b
data (→) a b  -- internal
```

*Maybe*, *(, )* a *(→)* jsou *typové konstruktory* (v jazyce typů).

*Nothing*, *Just* a *(, )* jsou *datové konstruktory* (v jazyce termů).

**Konvence:** Typové a datové **konstruktory** začínají **velkým písmenem**. Typové a datové **proměnné** začínají **malým písmenem**. (účel: přehlednost kódu, zjednotnění některých konstrukcí)



```
data Dvojice a = Dva a a  
Dva 1 2 :: Dvojice Int  
Dva (Just 5) Nothing :: Dvojice (Maybe Int)  
Dva True 3    -- type error
```

**data**  $[a] = (a : [a]) \mid []$

...přeloženo:

**data**  $[] \ a = (:) \ a \ ([]) \ a \mid []$

$1 : 2 : 3 : [] \equiv [1, 2, 3]$

Jak se zkontroluje správné použití typů a jejich parametrů?

Typům typů se říká Kinds ('druhy'). Všechny typy hodnot patří do druhu  $*$ .

*Bool* ::  $*$

*Int* ::  $*$

*Maybe* ::  $*$   $\rightarrow$   $*$

*Maybe Int* ::  $*$

$[]$  ::  $*$   $\rightarrow$   $*$

$(\rightarrow)$  ::  $*$   $\rightarrow$   $*$   $\rightarrow$   $*$

*RWST* ::  $*$   $\rightarrow$   $*$   $\rightarrow$   $*$   $\rightarrow$   $(* \rightarrow *) \rightarrow *$

*Num* ::  $*$   $\rightarrow$  *Constraint*

V `ghci` se zjistí pomocí `:k`.

Typová synonyma (obě strany jsou ekvivalentní):

```
type Dvalnty = (Int, Int)
```

“Unboxed data” (typ se zkontroluje a pak se odmaže):

```
newtype Dvalnty = Dvalnty (Int, Int)
```

## Haskellové typy v C++ (velmi přibližně)

**data**  $X\ a = X\ a\ a \mid Y\ a\ Int$

```
template<typename a> struct X {  
    enum {X,Y} _variant;  
    union {  
        struct {a fld1; a fld2;} X;  
        struct {a fld1; int fld2;} Y;  
    };  
};
```

## Haskellové typy v C++ (velmi přibližně)

**data**  $X\ a = X\ a\ a \mid Y\ a\ Int$

```
template<typename a> struct X {  
    enum {X,Y} _variant;  
    union {  
        struct {a fld1; a fld2;} X;  
        struct {a fld1; int fld2;} Y;  
    };  
};
```

**newtype** nemá značku, tj. nemůže rozlišovat mezi variantami.

*fst* :: (a, b) → a

*snd* :: (a, b) → b

*show* :: Show a ⇒ a → String

*read* :: Read a ⇒ String → a

*putStrLn* :: String → IO ()

*getLine* :: IO String

*print* :: Show a ⇒ a → IO ()

*readLn* :: Read a ⇒ IO a

(*\$*) :: (a → b) → a → b

(*·*) :: (b → c) → (a → b) → (a → c)

$head, last :: [a] \rightarrow a$   
 $tail, init :: [a] \rightarrow [a]$   
 $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
 $(!!) :: [a] \rightarrow Int \rightarrow a$   
 $elem :: Eq\ a \Rightarrow [a] \rightarrow a \rightarrow Bool$   
 $length :: [a] \rightarrow Int$   
 $take, drop :: Int \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
 $takeWhile, dropWhile :: (a \rightarrow Bool) \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
 $lines, words :: String \rightarrow [String]$   
 $unlines, unwords :: [String] \rightarrow String$   
 $map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$   
 $filter :: (a \rightarrow Bool) \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
 $foldl :: (a \rightarrow x \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow a$   
 $foldr :: (x \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow a$   
 $lookup :: Eq\ a \Rightarrow a \rightarrow [(a, b)] \rightarrow Maybe\ b$



LISP/Python:

```
wordList docs = sort (nub (concat (map words docs)))
```

Trochu lepší:

```
wordList docs = sort $ nub $ concat $ map words docs
```

Ještě lepší:

```
wordList docs = sort · nub · concat · map words $ docs
```

Nejlepší:

```
wordList = sort · nub · concat · map words
```

I/O není vedlejší efekt!

Místo toho máme speciální konstrukce, které dovolují hodnoty typu *IO* a kombinovat a vyrábět z nich větší *IO* hodnoty.

```
main =  
  do putStr "Zadej cislo: "  
    a ← getLine  
    putStrLn "Vypis cisel od nuly:"  
    printNums 0 (read a)  
printNums :: Int → Int → IO ()  
printNums a b  
  | a ≥ b    = return ()  
  | otherwise = do print a  
                   printNums (a + 1) b
```

```
group [] = []  
group l@(x: _) = takeWhile ( $\equiv x$ ) l  
                  : group (dropWhile ( $\equiv x$ ) l)
```

```
qsort [] = []  
qsort (x : xs) = qsort a ++ x : qsort b  
  where a = filter (<x) xs  
        b = filter ( $\geq x$ ) xs
```

```
rle = map ( $\lambda l \rightarrow (\text{head } l, \text{length } l)$ ) . group
```

```
group [] = []  
group l@(x: _) = takeWhile ( $\equiv x$ ) l  
                  : group (dropWhile ( $\equiv x$ ) l)
```

```
qsort [] = []  
qsort (x : xs) = qsort a ++ x : qsort b  
  where a = filter (<x) xs  
        b = filter ( $\geq x$ ) xs
```

```
rle = map ( $\lambda l \rightarrow (\text{head } l, \text{length } l)$ ) . group
```

```
group :: Eq a  $\Rightarrow$  [a]  $\rightarrow$  [[a]]  
sort  :: Ord a  $\Rightarrow$  [a]  $\rightarrow$  [a]  
rle   :: Eq a  $\Rightarrow$  [a]  $\rightarrow$  [(a, Int)]
```

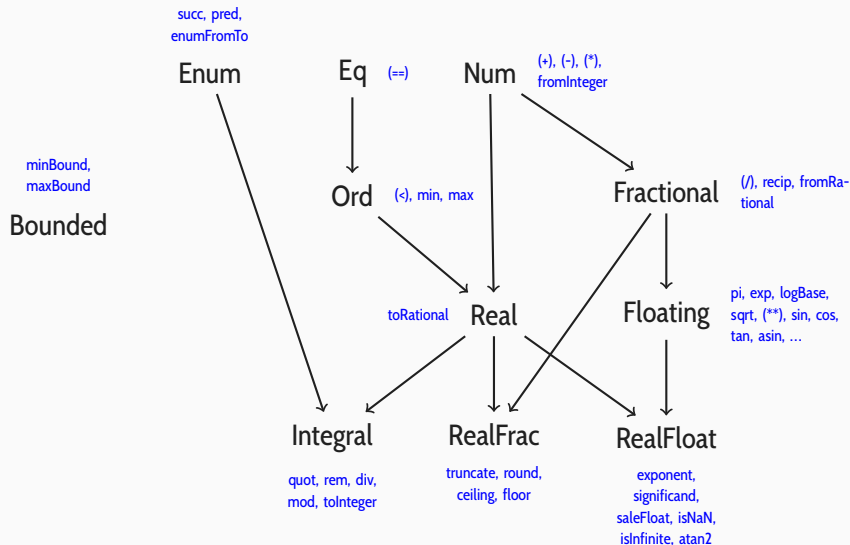
*fibs* = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)

*findMin* = head · qsort

Jakou má časovou složitost *findMin*?

| třída             | operace                                                                                        |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Eq</i>         | $(\equiv)$ , $(\neq)$                                                                          |
| <i>Ord</i>        | $(<)$ , $(\leq)$ , <i>compare</i> , ...                                                        |
| <i>Enum</i>       | [1..10], [False..]                                                                             |
| <i>Num</i>        | $(+)$ , $(-)$ , $(*)$ , <i>abs</i> , ...                                                       |
| <i>Integral</i>   | <i>div</i> , <i>mod</i> , ...                                                                  |
| <i>Fractional</i> | $(/)$ , ...                                                                                    |
| <i>Floating</i>   | $\pi$ , <i>sin</i> , <i>cos</i> , <i>exp</i> , <i>log</i> , <i>logBase</i> , <i>sqrt</i> , ... |
| <i>Show</i>       | <i>show</i>                                                                                    |
| <i>Read</i>       | <i>read</i>                                                                                    |

# Číselná hierarchie



*toRational* 0.1

$\leadsto 3602879701896397 \% 36028797018963968$

*ceiling* (1.0 / 0.0)

17976931348623159077293051907890247336179 ...

$(0.1 + 0.2 - 0.3) / (0.2 - 0.3 + 0.1)$

2.0

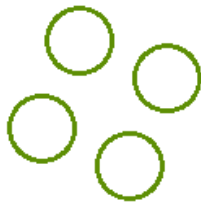
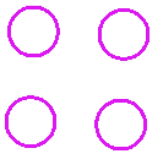


**Moc teoretické?**

## Get something cool on screen in 10 minutes!

```
import Graphics.Gloss

main = animate FullScreen white $ \t →
  let blink ph sp = (1 + sin (ph + t * sp)) / 2
  in Pictures $ flip map [1..4] $ \x →
    Rotate (90 * x + 20 * t) $
    Translate (80 + 40 * cos t) 0 $
    Color (makeColor (blink 0 1)
                     (blink 3 1)
                     (blink 0 π)
                     1) $
    ThickCircle 20 3
```



Typové třídy existují kvůli přetěžování funkcí.

C-style přetěžování (“ad-hoc overloading”) je možné jen s jednosměrným typovým systémem, v Haskellu by bylo NP-úplné.

```
class Moje a where
```

```
    moje :: a → a → a
```

```
instance Moje Int where
```

```
    moje = (+)
```

```
instance Moje String where
```

```
    moje = (++)
```

```
moje 1 3    ∼→ 4
```

```
moje "ah" "oj"    ∼→ "ahoj"
```

```
newtype I7 = I7 Int
instance Num I7 where
  (+) = i7lift2 (+)
  (−) = i7lift2 (−)
  (*) = i7lift2 (*)
  negate = i7lift negate
  abs = id
  signum (I7 0) = I7 0
  signum _ = I7 1
  fromInteger i = I7 $ i 'mod' 7
i7lift f (I7 a) = I7 (f a 'mod' 7)
i7lift2 f (I7 a) (I7 b) = I7 (f a b 'mod' 7)
```

**data** *Infinite* *a* = *MinusInf* | *Finite a* | *PlusInf*

**instance** *Ord a*  $\Rightarrow$  *Ord (Infinite a)* **where**

*compare (Finite a) (Finite b)* = *compare a b*

*compare MinusInf MinusInf* = *EQ*

*compare MinusInf \_* = *LT*

*compare \_ MinusInf* = *GT*

*compare PlusInf PlusInf* = *EQ*

*compare PlusInf \_* = *GT*

*compare \_ PlusInf* = *LT*

**instance** *Num* *a*  $\Rightarrow$  *Num* [*a*] **where**

*(+)* = *zipWith* *(+)*

*(-)* = *zipWith* *(-)*

*(\*)* = *zipWith* *(\*)*

*negate* = *map negate*

*abs* = *map abs*

*signum* = *map signum*

*fromInteger* = *repeat* · *fromInteger*

$3 * [1, 2, 3] + 2 \rightsquigarrow [5, 8, 11]$

*fibs* =  $0 : 1 : \text{fibs} + \text{tail fibs}$

## Typové třídy nejsou interface!

**OOP:** `INumeric doSomething(INumeric a)`

vs.

**Haskell:** `doSomething :: Num a  $\Rightarrow$  a  $\rightarrow$  a`

Kde je rozdíl?



## Typové třídy nejsou subtyping!

**C-like:** `(long) (double) (int) (float) 5` je OK, integery jdou automaticky konvertovat.

**Haskell:** `((5 :: Float) :: Int)` je chyba!

Jak se tedy integer 5 zkonvertuje na float?!

## Typové třídy nejsou subtyping!

**C-like:** `(long) (double) (int) (float) 5` je OK, integery jdou automaticky konvertovat.

**Haskell:** `((5 :: Float) :: Int)` je chyba!

Jak se tedy integer 5 zkonvertuje na float?!

*Desugaring literálů:* pětka se přepíše na `fromInteger 5`, kde 5 je pevná *Integer*ová hodnota.

$\text{fromInteger} :: \text{Num } a \Rightarrow \text{Integer} \rightarrow a$

Důsledek:  $5 :: \text{Num } a \Rightarrow a$

(konverze se většinou inlinuje a nemá runtime overhead)

```
class Semigroup a where
```

```
  ( $\diamond$ ) :: a  $\rightarrow$  a  $\rightarrow$  a
```

```
class Semigroup a  $\Rightarrow$  Monoid a where
```

```
  mempty :: a
```

Obecnější operace asociativního slepování (píše se jako  $\langle \rangle$ ):

```
[1, 2]  $\diamond$  [4, 5]  $\rightsquigarrow$  [1, 2, 4, 5]
```

```
"ah"  $\diamond$  "oj"  $\rightsquigarrow$  "ahoj" -- i pro Text a ByteString
```

```
Just [1, 2]  $\diamond$  Nothing  $\diamond$  Just [3]  $\rightsquigarrow$  Just [1, 2, 3]
```

```
EQ  $\diamond$  LT  $\diamond$  GT  $\rightsquigarrow$  LT
```

```
mempty :: Maybe a  $\rightsquigarrow$  Nothing
```

Nad množinou čísel existuje víc monoidů:

```
Sum 5  $\diamond$  Sum 3  $\rightsquigarrow$  Sum 8
```

```
Product 5  $\diamond$  Product 3  $\rightsquigarrow$  Product 15
```

```
(mempty :: Product Int)  $\rightsquigarrow$  Product 1
```

```
data Tree a = Nil | Branch (Tree a) a (Tree a)
```

```
map (+1) [1, 2, 3]  ~> [2, 3, 4]
```

```
map (+1) (Branch Nil 1 (Branch Nil 2 Nil))  -- error
```

Co takhle přetížit map?

```
data Tree a = Nil | Branch (Tree a) a (Tree a)
map (+1) [1, 2, 3]    ~> [2, 3, 4]
map (+1) (Branch Nil 1 (Branch Nil 2 Nil))  -- error
```

Co takhle přetížit map?

```
class Functor f where fmap :: (a → b) → (f a → f b)
```

Pozor,  $f$  má kind  $* \rightarrow *$ .

```
instance Functor Tree where
```

```
    fmap _ Nil = Nil
```

```
    fmap f (Branch l a r) = Branch (fmap f l) (f a) (fmap f r)
```

```
fmap (+1) [1, 2, 3]    ~> [2, 3, 4]
```

```
fmap (+1) (Branch Nil 1 (Branch Nil 2 Nil)) ~> Branch Nil 2 (Branch Nil 3 Nil)
```

$(\langle \$ \rangle) = \text{fmap}$

$(*2) \langle \$ \rangle [2, 3, 4] \rightsquigarrow [4, 6, 8]$

$(+1) \cdot (+2) \langle \$ \rangle \text{Just } 5 \rightsquigarrow \text{Just } 8$

$\text{uncurry gcd } \langle \$ \rangle \text{Just } (1024, 768) \rightsquigarrow \text{Just } 256$

$\text{fmap show } \langle \$ \rangle [\text{Nothing}, \text{Just } 3, \text{Just } 4]$

$\rightsquigarrow [\text{Nothing}, \text{Just } "3", \text{Just } "4"]$

Vorsicht  
Funktor

2 m Abstand halten

$$fmap\ id \equiv id$$

$$fmap\ f \cdot fmap\ g \equiv fmap\ (f \cdot g)$$



Funkce jsou kontejnery na výsledky.

```
instance Semigroup b  $\Rightarrow$  Semigroup (a  $\rightarrow$  b) where
```

```
  f  $\diamond$  g =  $\lambda a \rightarrow f\ a \diamond g\ a$ 
```

```
instance Monoid b  $\Rightarrow$  Monoid (a  $\rightarrow$  b) where
```

```
  mempty =  $\lambda\_ \rightarrow mempty$ 
```

```
(drop 3  $\diamond$  take 3) [1, 2, 3, 4, 5]  $\rightsquigarrow$  [4, 5, 1, 2, 3]
```

```
(drop  $\diamond$  take) 2 [1, 2, 3, 4, 5]  $\rightsquigarrow$  [3, 4, 5, 1, 2]
```

Podobně:

```
instance Functor (( $\rightarrow$ ) p) where
```

```
  fmap = ( $\cdot$ )
```

```
fmap :: (a  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow$  ((p  $\rightarrow$  a)  $\rightarrow$  (p  $\rightarrow$  b))
```

```
(show <$> (*3)) :: Int  $\rightarrow$  String
```

```
(show <$> (*3)) 3  $\rightsquigarrow$  "9"
```

**instance** *Num* *b*  $\Rightarrow$  *Num* (*a*  $\rightarrow$  *b*) **where**

$$(f + g) \ x \quad = \ f \ x + g \ x$$

$$(f * g) \ x \quad = \ f \ x * g \ x$$

$$\text{negate } f \ x \quad = \ \text{negate } (f \ x)$$

$$\text{fromInteger } n \ x = \text{fromInteger } n$$

$$\text{signum } f \ x \quad = \ \text{signum } (f \ x)$$

$$\text{abs } f \ x \quad = \ \text{abs } (f \ x)$$

$$(\sin^2 + \cos^2) \ 4.64234 \quad \rightsquigarrow \ 1.0$$

$$(\sin + 1) \ 1 \quad \rightsquigarrow \ 1.8414709848078965$$

$$(\sin + 1) \ \pi \quad \rightsquigarrow \ 1.00000000000000002$$

$$(\text{negate } \text{negate}) \ 5 \quad \rightsquigarrow \ 5$$

$$3 \ 7 \quad \rightsquigarrow \ 3$$

$$((+) * (-)) \ 7 \ 5 \quad \rightsquigarrow \ 24$$

$(\$)$   $:: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b)$

$map$   $:: (a \rightarrow b) \rightarrow ([a] \rightarrow [b])$

$fmap$   $:: (a \rightarrow b) \rightarrow (f\ a \rightarrow f\ b)$

$\_$   $:: f\ (a \rightarrow b) \rightarrow (f\ a \rightarrow f\ b)$

Co když je původní funkce taky v kontejneru?

Např.:

```
let  $a = \text{getProgram} :: d \rightarrow r$   
     $b = \text{getData} :: d$   
in  $a\ b$ 
```

Když získávání programu nebo dat může selhat, použijeme Maybe:

```
let  $a = \text{getProgram} :: \text{Maybe } (d \rightarrow r)$   
     $b = \text{getData} :: \text{Maybe } d$   
in  $a\ 'ap'\ b$   
    where  $ap\ (\text{Just } l)\ (\text{Just } r) = \text{Just } (l\ r)$   
           $ap\ \_ \_ = \text{Nothing}$ 
```

Koncept aplikace “obalené” funkce je zachycený ve třídě *Applicative*:

```
class Functor f => Applicative f where
```

```
  pure :: a -> f a
```

```
  (<*>) :: f (a -> b) -> f a -> f b
```

```
Just show <*> Just 3 ~> Just "3"
```

```
(pure show <*> pure 3) :: Maybe String ~> Just "3"
```

```
Nothing <*> Just 3 ~> Nothing
```

```
Just show <*> Nothing ~> Nothing
```

```
Just gcd <*> Just 1024 <*> Just 768 ~> Just 256
```

```
(pure show <*> pure 3) :: [String] ~> ["3"]
```

| instance                                  | sémantika                        |
|-------------------------------------------|----------------------------------|
| <i>Maybe</i>                              | selhávání                        |
| <i>Either l</i>                           | selhávání s chybou typu <i>l</i> |
| <code>[]</code>                           | množiny výsledků výpočtu         |
| <code>(<math>\rightarrow</math>) p</code> | výpočet s globálním parametrem   |

## Příklady Applicative

*Just (,) <\*> Just 3 <\*> pure 5     $\leadsto$  Just (3, 5)*

*(,) <\$> pure 3 <\*> Just 5     $\leadsto$  Just (3, 5)*

*((+) <\$> pure 3 <\*> pure 7) :: Either String Int*  
 *$\leadsto$  Right 10*

*(+) <\$> Right 3 <\*> pure 7*  
 *$\leadsto$  Right 10*

*(+) <\$> pure 3 <\*> Left "sorry error"*  
 *$\leadsto$  Left "sorry error"*

*[(+1), (+2), negate] <\*> [2, 3, 4]*  
 *$\leadsto$  [3, 4, 5, 4, 5, 6, -2, -3, -4]*

*rle = map ( (,) <\$> head <\*> length) . group*

*rle' = map (liftA2 (,) head length) . group*

$$\mathit{pure\ id} \langle * \rangle a \equiv a$$

$$\mathit{pure} (a\ b) \equiv \mathit{pure}\ a \langle * \rangle \mathit{pure}\ b$$

$$a \langle * \rangle \mathit{pure}\ b \equiv \mathit{pure}\ (\$b) \langle * \rangle a$$

$$a \langle * \rangle (b \langle * \rangle c) \equiv \mathit{pure}\ (\cdot) \langle * \rangle a \langle * \rangle b \langle * \rangle c$$



Užitečná demonstrativní instance:

**instance** *Monoid* *a*  $\Rightarrow$  *Applicative*  $((, )\ a)$  **where**

*pure* *x* = (*mempty*, *x*)

$(u, f) \langle * \rangle (v, x) = (u \diamond v, f\ x)$

$(\text{"hello "}, (+17)) \langle * \rangle (\text{"world!"}, 2003)$

$\rightsquigarrow (\text{"hello world!"}, 2020)$

$$(\$) \quad :: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b)$$
$$fmap \quad :: (a \rightarrow b) \rightarrow (f\ a \rightarrow f\ b)$$
$$(\langle * \rangle) \quad :: f\ (a \rightarrow b) \rightarrow (f\ a \rightarrow f\ b)$$
$$- \quad :: (a \rightarrow f\ b) \rightarrow (f\ a \rightarrow f\ b)$$

Jde funkci, jejíž výsledek je obalený nějakou sémantikou (např.: může selhat, nebo možných výsledků může být víc), předělat na funkci, která tento obal spojí s již existujícím obalem?

Podobný problém z jiné strany:

$$join \quad :: f\ (f\ a) \rightarrow f\ a$$

Příklad s *Maybe*: Někaké funkce můžou selhat, potřebujeme z nich vyrobit jednu uniformně selhávající funkci.

$lookup :: Eq\ a \Rightarrow a \rightarrow [(a, b)] \rightarrow Maybe\ b$

$lookup4 :: Eq\ a \Rightarrow a \rightarrow [(a, a)] \rightarrow Maybe\ a$

$lookup4\ a\ l = \mathbf{case}\ lookup\ a\ l\ \mathbf{of}$

$Nothing \rightarrow Nothing$

$Just\ a' \rightarrow \mathbf{case}\ lookup\ a'\ l\ \mathbf{of}$

$Nothing \rightarrow Nothing$

$Just\ a'' \rightarrow \mathbf{case}\ lookup\ a''\ l\ \mathbf{of}$

$Nothing \rightarrow Nothing$

$Just\ a''' \rightarrow lookup\ a''' l$

SW Engineering: Vytrhněme kus opakujícího se kódu!

*andThen :: Maybe a → (a → Maybe b) → Maybe b*

*andThen Nothing \_ = Nothing*

*andThen (Just a) f = f a*

*lookup4 a l = lookup a l 'andThen' λa →*

*lookup a l 'andThen' λa →*

*lookup a l 'andThen' λa →*

*lookup a l*

Trochu lepší!

## andThen (na steroidech)

```
infixr 1 'andThen'
```

```
lookup4 a l = go a 'andThen' go
```

```
    'andThen' go
```

```
    'andThen' go
```

```
where go a = lookup a l
```

Úkol: Robot za jednu časovou jednotku může jít do nějakých (na pozici závislých) směrů, tam může udělat nějaké (na pozice závislé) akce, z toho je hromada nových možností kam může dojít. Najděte je.

*directionsAt* :: *Location* → [*Direction*]

*go* :: *Direction* → *Location* → *Location*

*actionsAt* :: *Location* → [*Action*]

*act* :: *Action* → *Location* → *Location*

*directionsAt* :: *Location* → [*Direction*]

*go* :: *Direction* → *Location* → *Location*

*actionsAt* :: *Location* → [*Action*]

*act* :: *Action* → *Location* → *Location*

*possibleResults* :: *Location* → [*Location*]

*possibleResults* loc = concat \$

map (λdir → let newloc = go dir loc  
in map (λaction → act action newloc)  
(actionsAt newloc)

)

(directionsAt loc)

...hm.



## withTheseCases

*withTheseCases* ::  $[a] \rightarrow (a \rightarrow [b]) \rightarrow [b]$

*withTheseCases*  $a\ f = \text{concat } (\text{map } f\ a)$

**infixr** 2 '*withTheseCases*'

*withTheseCases* :: [a] → (a → [b]) → [b]

*withTheseCases* a f = concat (map f a)

**infixr** 2 '*withTheseCases*'

*possibleResults* loc =

*directionsAt* loc '*withTheseCases*' λdir →

**let** newloc = go dir loc

**in** *actionsAt* newloc '*withTheseCases*' λaction →

[act action newloc]

(poslední řádek vrací jednu možnost)

*andThen* :: Maybe a → (a → Maybe b) → Maybe b

*withTheseCases* :: [a] → (a → [b]) → [b]

*andThen* :: *Maybe a* → (*a* → *Maybe b*) → *Maybe b*

*withTheseCases* :: [*a*] → (*a* → [*b*]) → [*b*]

(*\$*) :: (*a* → *b*) → (*a* → *b*)

*fmap* :: *Functor f* ⇒ (*a* → *b*) → (*f a* → *f b*)

(*<\*>*) :: *Applicative f* ⇒ *f (a → b)* → (*f a* → *f b*)

*flip (>>=)* :: *Monad m* ⇒ (*a* → *m b*) → (*m a* → *m b*)

Generické *andThen* a *withCases* se jmenuje (*>>=*), čte se “bind”.

Jméno: Aplikativní monoid (skoro).

```
class Applicative m  $\Rightarrow$  Monad m where
```

```
  ( $\gg=$ ) :: m a  $\rightarrow$  (a  $\rightarrow$  m b)  $\rightarrow$  m b
```

```
  ( $\gg$ ) :: m a  $\rightarrow$  m b  $\rightarrow$  m b
```

```
  return :: a  $\rightarrow$  m a
```

( $\gg$ ) zahodí 'výsledek', zachová jen změny v 'obalu'.

$$\text{join} :: \text{Monad } m \Rightarrow m (m \ a) \rightarrow m \ a$$

V rozumných případech platí:

$$(a \gg= f) \equiv \text{join } (f \ \$) \ a$$

Pozn.: chování joinu pro seznamy a Maybe:

$$\text{joinL} :: [[a]] \rightarrow [a]$$
$$\text{joinL} = \text{concat}$$
$$\text{joinMaybe} :: \text{Maybe } (\text{Maybe } a) \rightarrow \text{Maybe } a$$
$$\text{joinMaybe } (\text{Just } x) = x$$
$$\text{joinMaybe } \_ = \text{Nothing}$$

**MONADS!**



**NO! PLEASE, STOP!  
THEY'RE STILL CHILDREN**



$$\text{return } a \gg= f \equiv f \ a$$

$$a \gg= \text{return} \equiv a$$

$$a \gg= (\lambda x \rightarrow b \ x \gg= c) \equiv (a \gg= b) \gg= c$$



Protože používat  $\gg=$  a  $\gg$  je otrava, Haskell má imperativní **do**-syntax.

```
fn = do a ← f
      b ← g
      h a b
      h b a
```

...se přepíše na:

```
fn = f >>= λa →
      g >>= λb →
      h a b >>
      h b a
```

*lookup4 a l =*

**do** *a*  $\leftarrow$  *lookup a l*

*a*  $\leftarrow$  *lookup a l*

*a*  $\leftarrow$  *lookup a l*

*a*  $\leftarrow$  *lookup a l*

*return a*

*possibleResults loc =*

**do** *dir*  $\leftarrow$  *directionsAt loc*

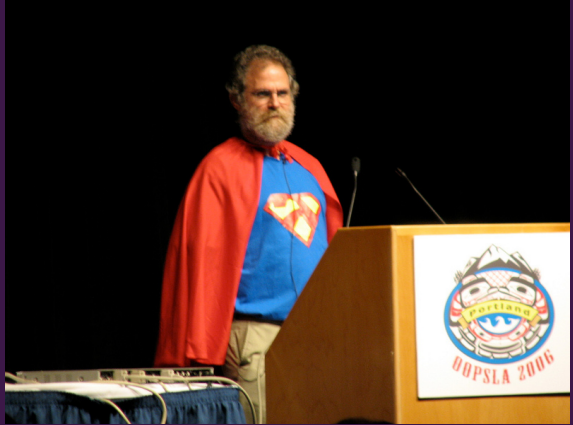
**let** *newloc* = *go dir loc*

*action*  $\leftarrow$  *actionsAt newloc*

*return \$ act action newloc*

Philip Lee Wadler





The Lambda man

Speciální syntaxe pro seznamy:

```
possibleResults loc =  
  [act action newloc | dir  $\leftarrow$  directionsAt loc,  
                       let newloc = go dir loc,  
                       action  $\leftarrow$  actionsAt newloc]
```

Jednodušší použití:

```
[(x, y) | x  $\leftarrow$  [1 .. ], y  $\leftarrow$  [1 .. x], x 'mod' y  $\equiv$  0]  
map' f l = [f a | a  $\leftarrow$  l]  
filter' f l = [a | a  $\leftarrow$  l, f a]
```

(“podmínky” se automaticky obalí pomocí *guard*)

## Standardní definice Monad Maybe

**instance** *Functor Maybe* where

*fmap* *f* (*Just* *x*) = *Just* (*f* *x*)

*fmap* \_ *Nothing* = *Nothing*

**instance** *Applicative Maybe* where

*pure* = *Just*

*Just* *f*  $\langle * \rangle$  *Just* *a* = *Just* (*f* *a*)

\_  $\langle * \rangle$  \_ = *Nothing*

**instance** *Monad Maybe* where

*return* = *pure*

*Just* *a*  $\gg=$  *f* = *f* *a*

\_  $\gg=$  \_ = *Nothing*

**instance Functor [] where**

*fmap = map*

**instance Applicative [] where**

*pure x = [x]*

*fs <\*> as = concatMap (flip map as) fs*

**instance Monad [] where**

*return = pure*

*as >>= f = concatMap f as*

Zapišme si postup výpočtu do logu k hodnotě.

```
data Val a = Val a String deriving Show
```

```
liftVal1 op str (Val a logA) = Val (op a)  
                                (str ++ "(" ++ logA ++ ")")
```

```
liftVal2 op str (Val a logA) (Val b logB) =  
    Val (a 'op' b) $ concat ["(", logA, ")", str, "(", logB, ")"]
```

```
instance (Num a, Show a) => Num (Val a) where
```

```
    (+) = liftVal2 (+) "+"
```

```
    (−) = liftVal2 (−) "-"
```

```
    (*) = liftVal2 (*) "*"
```

```
    negate = liftVal1 negate "negate"
```

```
    abs = liftVal1 abs "abs"
```

```
    fromInteger x = Val (fromInteger x) (show x)
```



$(1 + \text{abs } (2 * \text{negate } 3)) :: \text{Val Int}$   
 $\rightsquigarrow \text{Val } 7 \text{ " (1)+(abs((2)*(negate(3)))) "}$

Celý výpočet ale většinou není na jeden řádek...

## Extra příklad: DebugLog

**instance Functor Val where**

*fmap f (Val a log) = Val (f a) log*

**instance Applicative Val where**

*pure a = Val a "?"*

*Val f logF <\*> Val a logA =*

*Val (f a) \$ concat ["(", logF, ") (" , logA, ")"]*

**instance Monad Val where**

*return = pure*

*Val a logA >>= f =*

*let Val b logB = f a*

*in Val b (logA ++ ";\n" ++ logB)*

*mkVal a = Val a (show a)*

*nameVal n (Val a log) = Val (Val a n) \$ n ++ "=" ++ log*

```
solve  $a'$   $b'$   $c'$  = do  
  let  $a$  = mkVal  $a'$   
     $b$  = mkVal  $b'$   
     $c$  = mkVal  $c'$   
   $d \leftarrow$  nameVal "D" $  $b^2 - 4 * a * c$   
   $(-b + \textit{sqrt } d) / (2 * a)$ 
```

*solve* 5 3 (-10)

$\rightsquigarrow$  *Val* 1.145683229480096 "D=((3.0)\*(3.0))-(((4)\*(5.0))\*(-10.0));  
((negate(3.0))+(odmocnina(D)))/((2)\*(5.0))"

(instanci pro *Fractional* a *Floating* někdo doplnil)

```
putStrLn :: String → IO ()
```

```
getLine  :: IO String
```

```
main :: IO ()
```

```
main = do putStrLn "dej jmeno!"
```

```
    jmeno ← getLine
```

```
    putStrLn $
```

```
        "no nazdar je tady " ++ jmeno
```

## Jak se vyrobí IO?

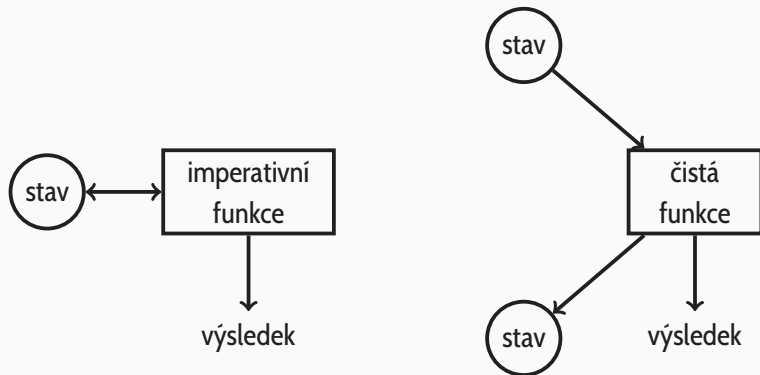
Myšlenka: IO akce musí přece manipulovat s nějakým globálním stavem! Vytvoříme monádu, která ukládá stav, na ní pak půjde stavět dál.

Požadavky:

- $put :: s \rightarrow m ()$
- $get :: m s$
- tohle vrátí *True*:

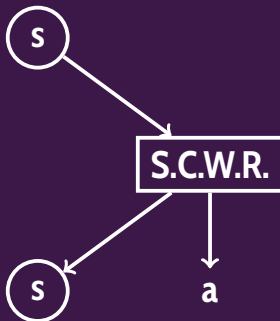
```
do put a
  b ← get
  return $ a == b
```

## Změna stavu bez vedlejšího efektu



## State

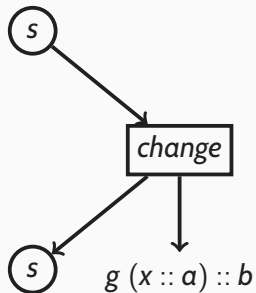
**`newtype`** *State* *s a* =  
*StateChangeWithResult* ( $s \rightarrow (s, a)$ )



## Stavový výpočet je kontejner!

**instance** *Functor* (*State s*) **where**

*fmap* *g* *change* =

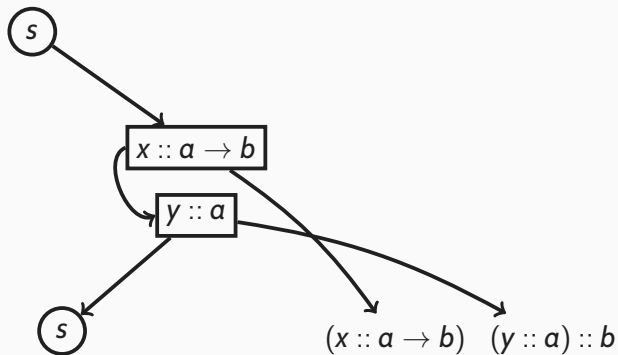




# Stavový výpočet je aplikativní!

instance *Applicative* (State *s*) where

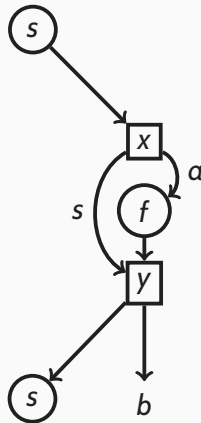
$x \langle * \rangle y =$



# Stavový výpočet je monáda!

instance *Monad* (*State s*) where

$$x \gg= f =$$



## Implementace State

```
newtype State s a = StateChange (s → (s, a))
```

```
instance Functor (State s) where
```

```
    fmap func (StateChange f) =  
        StateChange (fmap func · f)
```

```
instance Applicative (State s) where
```

```
    pure a = StateChange (λs → (s, a))  
    StateChange f ⟨*⟩ StateChange v =  
        StateChange (λs → let (s1, a1) = f s  
                               (s2, a2) = v s1  
                               in (s2, a1 a2))
```

```
instance Monad (State s) where
  return = pure
  StateChange f1 >>= f2 =
    StateChange ( $\lambda s \rightarrow$  let  $(s', a) = f1\ s$ 
                      StateChange  $f3 = f2\ a$ 
                      in  $f3\ s'$ )
```

*put* :: *s* → *State s* ()

*put ns* = *StateChange* ( $\lambda\_ \rightarrow (ns, ())$ )

*get* :: *State s s*

*get* = *StateChange* ( $\lambda s \rightarrow (s, s)$ )

*modify* :: (*s* → *s*) → *State s* ()

*modify f* = *StateChange* ( $\lambda s \rightarrow (f\ s, ())$ )

*execState* (*StateChange f*) *s* = *snd* \$ *f s*

```
fact n = execState (factS n) 1
```

```
factS n
```

```
  | n ≤ 1 = do result ← get  
             return result
```

```
  | otherwise = do modify (*n)  
                  factS (n - 1)
```

```
getRand :: Int → State Int Int
```

```
getRand max =
```

```
  do newSeed ← (12345+) · (1103515245*) ⟨$⟩ get  
      put newSeed  
      return $ (newSeed 'div' 65536) 'mod' max
```

```
(viz.man 3 rand)
```

## Použití State jako Applicative

*get2BoringRand* :: Int → State Int (Int, Int)

*get2BoringRand* max = **do**

*a* ← *getRand* max

*b* ← *getRand* max

  return (*a*, *b*)

## Použití State jako Applicative

*get2BoringRand :: Int → State Int (Int, Int)*

*get2BoringRand max = do*

*a ← getRand max*

*b ← getRand max*

*return (a, b)*

*get2Rand max = pure (, ) ⟨\*⟩ getRand max ⟨\*⟩ getRand max*



## Použití State jako Applicative

$get2BoringRand :: Int \rightarrow State\ Int\ (Int, Int)$

$get2BoringRand\ max = \mathbf{do}$

$a \leftarrow getRand\ max$

$b \leftarrow getRand\ max$

$\mathbf{return}\ (a, b)$

$get2Rand\ max = \mathbf{pure}\ (,) \langle * \rangle getRand\ max \langle * \rangle getRand\ max$

$get2Rand'\ max = (,) \langle \$ \rangle getRand\ max \langle * \rangle getRand\ max$

## Použití State jako Applicative

*getN Rand max 0 = pure []*

*getN Rand max n = (:) <\$> getRand max  
                          <\*> getN Rand max (n - 1)*

## Použití State jako Applicative

*getN Rand max 0 = pure []*

*getN Rand max n = (:) <\$> getRand max  
                          <\*> getN Rand max (n - 1)*

*getN Rand' max n = mapM (λ\_ → getRand max) [1..n]*

*getN Rand'' max n = traverse (const \$ getRand max) [1..n]*

## Použití State jako Applicative

*getN Rand max 0 = pure []*

*getN Rand max n = (:) <\$> getRand max  
                          <\*> getN Rand max (n - 1)*

*getN Rand' max n = mapM (λ\_ → getRand max) [1..n]*

*getN Rand'' max n = traverse (const \$ getRand max) [1..n]*

*getN Rand''' max n = replicateM n \$ getRand max*

## Použití State jako Applicative

*getN Rand max 0 = pure []*

*getN Rand max n = (:) <\$> getRand max  
                          <\*> getN Rand max (n - 1)*

*getN Rand' max n = mapM (\\_ → getRand max) [1..n]*

*getN Rand'' max n = traverse (const \$ getRand max) [1..n]*

*getN Rand''' max n = replicateM n \$ getRand max*

*getN Rand'''' = flip replicateM · getRand*

```
$ ghci
GHCi, version 8.2.2: http://www.haskell.org/ghc/
Prelude> :i IO
newtype IO a
    = GHC.Types.IO
        (GHC.Prim.State# GHC.Prim.RealWorld
         -> (# GHC.Prim.State# GHC.Prim.RealWorld, a #))
```

**Kolik paměti spotřebuje uložení *RealWorld*?**

**Kolik paměti spotřebuje uložení *RealWorld*?**

**Je to jen “token” typu *Void*.**



**A co že je teda monáda?**

A co že je teda monáda?



## Praxe s monádami: Parsovací kombinátory

---

Jak funguje obyčejný left-to-right rekurzivní parser?

- postupně vytváří parsovanou strukturu (lazy!)
- pamatuje si místo, kde přestal parsovat (“zbytek”)

Idea parsovacích kombinátorů:

***newtype*** *Parser r = Parser (State Pozice r)*

**Vorsicht  
Funktor**

**2 m Abstand halten**

Kam se chceme dostat:

```
parenthesized x = do char ' ('  
                res  $\leftarrow$  x  
                char ') '  
                return res
```

```
numberOrWordOrBoth = number <|> word <|> (number  $\gg$  word)
```

```
parseNum :: (Num a, Read a)  $\Rightarrow$  Parser a
```

```
parseNum = (read <$> many1 parseDigit)
```

```
    <|> do char '-'
```

```
        negate  $\cdot$  read <$> many1 parseDigit
```

*Alternative* obsahuje 'prázdný' prvek a operaci na slepování výpočtů (podobně jako *Monoid* slepuje hodnoty).

Sémantika: Pokud může výpočet dopadnout více možnostmi, *Alternative* umožňuje specifikovat další možnosti. Pokud některá větev výpočtu selže, použije se jiná.

```
class Applicative f => Alternative f where
```

```
  empty :: f a
```

```
  (<|>) :: f a -> f a -> f a
```

Užitečné instance: *Maybe*, *[]*, *Validation*, *Except*, ..., *Parser r*

## Implementace jednoduchého parseru

```
newtype Parser a = Parser (State String (Maybe a))
```

```
instance Functor Parser where
```

```
    fmap f (Parser s) = Parser $ fmap (fmap f) s
```

```
instance Applicative Parser where
```

```
    pure a = Parser · pure · pure $ a
```

```
    Parser l ⟨*⟩ Parser r = Parser $ do
```

```
        a ← l
```

```
    case a of
```

```
        Nothing → pure Nothing
```

```
        Just f → fmap (fmap f) r
```



```
instance Monad Parser where
  return = pure
  Parser l >>= p =
    Parser $ do a ← l
               case a of
                 Nothing → return Nothing
                 Just a → let Parser r = p a in r
```

**instance Alternative Parser where**

*empty* = *Parser* \$ *pure empty*

*Parser l*  $\langle | \rangle$  *Parser r* =

*Parser* \$ **do** *backup*  $\leftarrow$  *get*

*l'*  $\leftarrow$  *l*

**case** *l'* **of**

*Nothing*  $\rightarrow$  *put backup*  $\gg$  *r*

*a*  $\rightarrow$  *return a*

```
parseFail = empty
parseGet = Parser $ Just <$> get
parseSet s = Parser $ Just <$> put s
pEof = do s ← parseGet
      case s of
        "" → return ()
        _  → parseFail
doParse (Parser p) = runState p
doParseEof p = fst · doParse (p >>= λr → pEof >> return r)
```

```

pAny = do s ← parseGet
      case s of
        (c : cs) → parseSet cs >> return c
        _ → parseFail

pCharCond f = pAny >>= λc → if f c then return c
                      else parseFail

pOneOf cs = pCharCond (∈ cs)
pAnyExcept cs = pCharCond $ ¬ · (∈ cs)
pChar c = pCharCond (≡ c)
pStr s = mapM pChar s
  
```

*pMany1 p = do x ← p*

*xs ← pMany p*

*return (x : xs)*

*pMany p = pMany1 p <|> pure []*

*pBracketed l r p = do l*

*res ← p*

*r*

*return res*

*pDelim l r = pBracketed (pStr l) (pStr r)*

*pBrackets = pDelim "[" "]"*

*pBraces = pDelim "{" "}"*

*pQuoted q = pDelim q q · pMany \$ pAnyExcept q*

**infixr 4**  $\langle : \rangle$

$a \langle : \rangle b = (:) \langle \$ \rangle a \langle * \rangle b$

$pSep1 \text{ sep } p = p \langle : \rangle (sep \gg pSep1 \text{ sep } p)$

$\langle | \rangle$

$(:[]) \langle \$ \rangle p \quad \text{-- also: fmap pure } p$

$pSep \text{ sep } p = pSep1 \text{ sep } p \langle | \rangle \text{ pure } []$

$pCommaDelimited = pSep (pChar ' , ')$

```
data JSON = JSInt Int
```

```
      | JSStr String
```

```
      | JList [JSON]
```

```
      | JObject [(String,JSON)]
```

```
pJSON = pJSInt <|> pJSStr <|> pJList <|> pJObj
```

```
pJSInt = JSInt · (read :: String → Int)
```

```
      <$> pMany1 (pOneOf [ '0' .. '9' ])
```

```
pJSStr = JSStr <$> (pQuoted "\" <|> pQuoted "'")
```

```
pJList = JList <$> pBrackets (pCommaDelimited pJSON)
```

```
pJObj = JObject <$> pBraces (pCommaDelimited objItem)
```

```
  where objItem = do JSStr key ← pJSStr
```

```
      pChar ':'
```

```
      ((,) key) <$> pJSON
```

## Jak na whitespace?

```
import Data.Char  
whitespace = pMany $ pCharCond isSpace  
lexeme = (whitespace>>)
```



Balíček `parsec` je původní implementace, obsahuje většinu zmíněných kombinátorů.

```
import Text.Parsec.String (Parser)
import Text.Parsec.Char
import Text.Parsec (try)
import Text.Parsec.Combinator (between, eof, many)
```

`try` se používá pro backtrackování:

- v některých případech backtrackovat není vhodné (např. při zotavení z chyb)
- zbytečné referencování pozice není úplně úsporné

```
try (char 'a') <|> char 'b'
```

*Megaparsec* — novější varianta Parsecu:

- lepší chybové hlášky (unexpected vs. expected, kumulované chyby)
- rychlejší zpracování
- hromada utilit
- parsování *Streamů*

*Attoparsec* — miniaturní varianta

- méně featur
- víc rychlosti díky specializaci na *ByteStringy*  
(rychlost je porovnatelná s ručně optimalizovanými parsery v C)

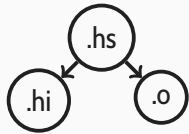
## Balíčky a knihovny

---

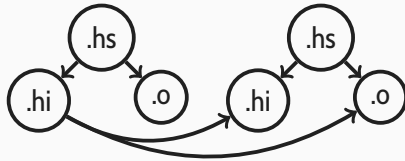
Překládat programy celé najednou je poměrně náročné

- něco to trvá
- spotřebuje to hodně paměti
- exploze složitosti při optimalizaci

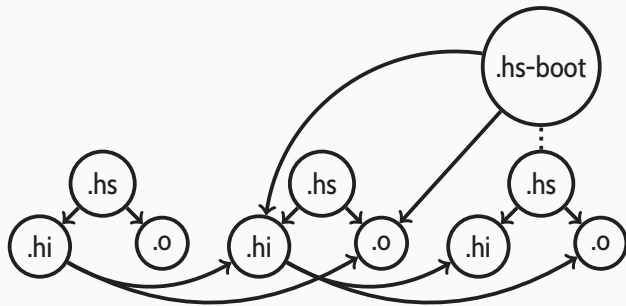
Tradiční řešení: oddělený překlad po modulech

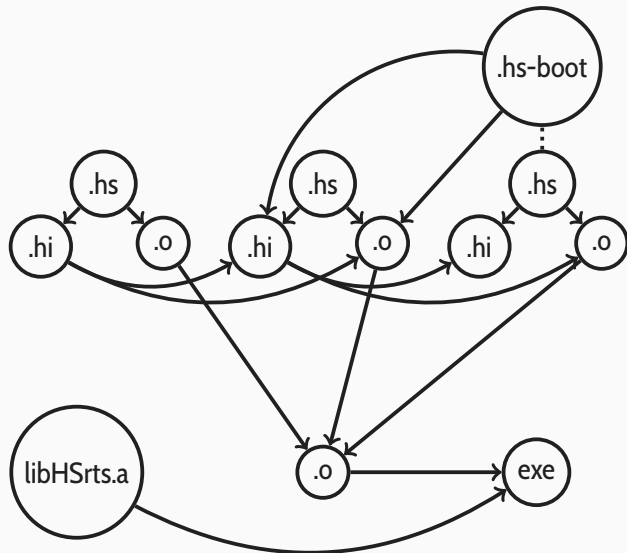


## Oddělený překlad



## Oddělený překlad







Import z modulu:

```
import Data.List  
import qualified Data.List as L  
import Data.List (nub)  
import Data.List hiding (nub)
```

Modul:

```
module Data.List where
```

(jméno souboru a cesta k modulu si musí odpovídat)

GHC vnímá koncept balíčků, tyto je možné libovolně přidávat do balíčků dostupných při kompilaci.

Nástroj `ghc-pkg`:

- `list, find-module module, describe pkg`
- `expose pkg, hide pkg`
- `register filename, unregister pkg, update filename`  
za `filename` se dosadí cesta ke konfiguračnímu souboru sestaveného balíku.

Je možné mít několik databází balíčků (např. systémovou a lokální uživatelskou).

`cabal` je systém na jednoduché vytváření, sestavování, distribuci a instalaci balíčků a jejich závislostí.

Idea:

- Z každého samostatnějšího kusu software uděláme balíček!
  - dostane jméno
  - popíšeme závislosti
- Použijeme `cabal` na výrobu balíku!
  - sestavení
  - rozumná instalace a registrace pro `ghc`
- Balíček pěkně zabalíme a pošleme ostatním!
  - Hackage the haskell package database
- Stáhneme, sestavíme a nainstalujeme si i balíčky ostatních!
  - `cabal`em z Hackage

```
name:                balik
version:             0.1.0.0
synopsis:            Venkovsky Balik
license:             AGPL-3
license-file:        LICENSE
author:              Jozef
maintainer:          jozef@vesnice.madarsko
category:            Web
build-type:          Simple
extra-source-files:  ChangeLog.md
cabal-version:       >=1.10
```

```
executable balik
```

```
    main-is:          Main.hs
```

```
executable balik
  main-is:           Main.hs
  build-depends:
    base >=4.9,
    aeson,
    scotty,
    SHA,
    network,
    utf8-string

  hs-source-dirs:    src
```



Stáhneme databázi dostupných balíků:

```
cabal update
```

Něco nainstalujeme a zaregistrujeme to do aktuálně dostupného ghc:

```
cabal install acme-schoenfinkel
```



Stáhneme databázi dostupných balíků:

```
cabal update
```

Něco nainstalujeme a zaregistrujeme to do aktuálně dostupného ghc:

```
cabal install acme-schoenfinkel
```

```
cabal info acme-schoenfinkel
```

```
cabal list
```

Oddělené prostředí se občas hodí:

```
cabal sandbox init
```

```
cabal exec
```

```
cabal repl
```



Co když chceme cabal použít k výrobě nového balíku?

```
cd balik
```

```
cabal init    ...vyplněním interaktivního formuláře vznikne balik.cabal
```

Instalace závislostí:

```
cabal install --only-dependencies
```

Sestavení:

```
cabal build
```

Spuštění:

```
cabal run
```

Instalace do aktuálního prostředí:

```
cabal install
```

Vyrobení HTML/TeX dokumentace:

```
cabal haddock
```

Vysázení pěkně barevného kódu pro publikaci:

```
cabal hscolour
```

**Historie:** Řešení některých odporných závislostních stromů:

```
cabal new-build, cabal new-install, cabal new-run, ...
```

Publikování balíku:

`cabal check` ...kontrola na běžné potíže

`cabal sdist` ...vyrobení `.tar.gz` balíku na manuální distribuci

`cabal upload` ...upload na Hackage

## Jak se nestydět za publikovaný balík?

```
cabal install hlint
```

```
cabal install hindent
```

```
cabal check
```

stack je zamražovač závislostí pro Haskell.

stack je zamražovač závislostí pro Haskell.

## Hlavní výhody stacku:

- vlastní hackage (Stackage)
  - balíky a závislosti jsou pravidelně testované na kompatibilitu
  - většinou to částečně pomáhá
- v případě děsivých setupů se dá ušetřit dost času

## Pravidla:

- Cabal balík: 0–1 knihoven, 0–N programů
  - popsáno v `balik.cabal`
- Stack projekt: 0–N cabalích balíků
  - projekt a celé zmražené prostředí popsáno v `stack.yaml`
  - metainformace balíku (tj. obsah generovaných cabalových souborů) v `package.yaml`
  - soubory `.cabal` stack generuje automaticky a nejde je měnit

## Cizí balík:

- `cd balik ...adresář obsahuje stack.yaml`
- `stack setup`
- `stack build ...většinou stáhne správné GHC apod.`
- `stack exec nazevprogramu`

## Vlastní balík:

- `stack new nazevbaliku new-template`
- `stack test ...spustí testy`
- `stack repl ...spustí ghci ve zamraženém prostředí`



Obecná rada: Pokud `stack` chcete použít pro svůj další projekt, nejspíš děláte něco špatně.

Proč `stack` nepoužívat:

- dostatečný, standardnější a spolehlivější nástroj na sestavování balíčků je `cabal`
- `stack` plýtvá zdroji
- `stack` třepí ekosystém
- výsledek je sice 'přenositelný', ale špatně udržitelný
- způsob instalace `stacku` je podivný



Kdy `stack` asi budete muset použít?

- program má 9701734347576 závislostí a při změně libovolné se rozbije
- program je kritická součást nějaké infrastruktury, jejíž admin nechápe balíčky
- programátor neumí nebo nechápe UNIX
- programátor nemá čas nebo neumí udělat validní balíček
- velitel rozhodl
- cílový operační systém je podměrečný
- skočili jste časem do doby před vznikem `cabal new-build`

## Tour de Prelude

---

Než začneme s čímkoliv větším, hodí se mít přehled o běžně používaných konstrukcích a knihovních funkcích:

- `Prelude`
- `System.IO`
- `Control.Monad`

Prelude je 'základ' defaultně importovaný do všech modulů.

Obsahuje:

- standardní typy, typové třídy, související funkce a operátory
- základní věci pro práci s monádami
- základní IO

*getLine, getContents :: IO String*

*getChar :: IO Char*

*readFile :: FilePath → IO String*

*putChar :: Char → IO ()*

*putStr, putStrLn :: String → IO ()*

*writeFile, appendFile :: FilePath → String → IO ()*

*readLn :: Read a ⇒ IO a*

*print :: Show a ⇒ a → IO ()*

*interact :: (String → String) → IO ()*

*head, last* :: [a] → a

*tail, init* :: [a] → [a]

*(++)* :: [a] → [a] → [a]

*(!!)* :: [a] → Int → a

*elem* :: [a] → a → Bool

*length* :: [a] → Int

*take, drop* :: Int → [a] → [a]

*takeWhile, dropWhile* :: (a → Bool) → [a] → [a]

*lines, words* :: String → [String]

*unlines, unwords* :: [String] → String



$map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$   
 $filter :: (a \rightarrow Bool) \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
 $foldl :: (a \rightarrow x \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow a$   
 $foldr :: (x \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow a$   
 $scanl :: (a \rightarrow x \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow [a]$   
 $scanr :: (x \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [x] \rightarrow [a]$   
 $lookup :: Eq\ a \Rightarrow a \rightarrow [(a, b)] \rightarrow Maybe\ b$   
 $reverse :: [a] \rightarrow [a]$   
 $replicate :: Int \rightarrow a \rightarrow [a]$   
 $repeat :: a \rightarrow [a]$   
 $cycle :: [a] \rightarrow [a]$   
 $iterate :: (a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [a]$

```
import Data.List  
intersperse :: a → [a] → [a]   -- vloží prvek mezi prvky seznamu  
intercalate :: [a] → [[a]] → [a] -- vloží seznam mezi seznamy  
nub :: Eq a ⇒ [a] → [a]   -- "unique" bez Ord  
sort :: Ord a ⇒ [a] → [a]   -- optimalizovaný mergesort
```

```
nubBy :: (a → a → Bool) → [a] → [a]
sortOn :: Ord b ⇒ (a → b) → [a] → [a]
sortBy :: (a → a → Ordering) → [a] → [a]
groupBy :: (a → a → Bool) → [a] → [[a]]
```

Řazení od konce:

```
sortOn reverse ["foo", "bar", "baz", "oni"]  ∼ ["oni", "foo", "bar", "baz"]
```

Hezké rozdělení slov ve větě:

```
groupBy ((≡) 'on' isLetter) "Hello, Haskell!"
["Hello", ",", "Haskell", "!"]
```

```
sortBy (comparing length ◇ compare) ["bb", "aaaa", "bbbb", "aa"]
∼ ["aa", "bb", "aaaa", "bbbb"]
```

```
import Data.Function
const :: a → b → a    -- užitečný stavební blok
fix :: (a → a) → a     -- nekonečná sebeaplikace
(&) :: a → (a → b) → b -- "shell pipe"
on :: (b → b → c) → (a → b) → a → a → c

import Data.Functor
(⟨&⟩) Functor f :: f a → (a → b) → f b -- "actual shell pipe"
```

Typické použití *on*:

```
((+) 'on' f) x y = f x + f y
sortBySecond = sortBy (compare 'on' snd)
```

...porovnejte s *liftA2*

$\perp :: a$

$error :: [Char] \rightarrow a$

$fail :: MonadFail\ m \Rightarrow String \rightarrow m\ a$

$ioError :: IOError \rightarrow IO\ a$

$userError :: String \rightarrow IOError$

*fail* je pozůstatek z původní definice monád, v některých případech se chová rozumně (např. *fail* v *Maybe* je *Nothing*). *ioError* je pěkný *fail* pro *IO*.

*error* je jako  $\perp$  s chybovou hláškou navíc.

Chytání systémových výjimek:

```
import System.IO.Error
```

```
catchIOException :: IO a → (IOException → IO a) → IO a
```

```
tryIOException :: IO a → IO (Either IOException a)
```

Generičtější:

```
import Control.Exception
```

```
throw :: Exception e ⇒ e → a
```

```
catch :: Exception e ⇒ IO a → (e → IO a) → IO a
```

```
try :: Exception e ⇒ IO a → IO (Either e a)
```

```
import Control.Monad.Catch  
  
class Monad m => MonadThrow m where  
    throwM :: Exception e => e -> m a  
  
class MonadThrow m => MonadCatch m where  
    catch :: Exception e => m a -> (e -> m a) -> m a
```

Instance by měly splňovat:

- $throwM\ e \gg f = throwM\ e$
- $catch\ (throwM\ e)\ f = f\ e$

Bracket zachycuje sémantiku vyrobení a odstranění zdroje:

$$\text{bracket} :: IO\ a \rightarrow (a \rightarrow IO\ b) \rightarrow (a \rightarrow IO\ c) \rightarrow IO\ c$$
$$\text{bracket\_} :: IO\ a \rightarrow IO\ b \rightarrow IO\ c \rightarrow IO\ c$$

Typicky: *bracket openTheFile closeTheFile processTheFile*

Podobně:

$$\text{bracketOnError} :: IO\ a \rightarrow (a \rightarrow IO\ b) \rightarrow (a \rightarrow IO\ c) \rightarrow IO\ c$$
$$\text{finally} :: IO\ a \rightarrow IO\ b \rightarrow IO\ a$$
$$\text{onException} :: IO\ a \rightarrow IO\ b \rightarrow IO\ a$$



**N.B.** Existuje sémantický rozdíl mezi chybou (selháním programu) a výjimkou (situací, kterou programátor očekával, ale rozhodl se ji rozumně ošetřit podobně jako selhání).

| Pravděpodobnost      | Druh problému              | Implementace                                                    |
|----------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Nerealistická        | Chyba                      | výskyt odvoditelný z dokumentace                                |
| Zanedbatelná         | Chyba                      | $\perp$ , <i>error</i> + dokumentace                            |
| Nízká, externí původ | Výjimka                    | <i>error</i> , <i>IOError</i>                                   |
| Nízká, interní původ | Výjimka                    | <i>Exception</i> , <i>MonadFail</i> , <i>MonadCatch</i>         |
| Očekávatelná         | Data s výjimkou            | <i>MonadFail</i> , <i>MonadCatch</i> , <i>Alternative</i>       |
| Běžná                | Standardní průběh programu | <i>Alternative</i> , <i>Either</i> , <i>Maybe</i> , <i>bool</i> |

V Haskellu se soubory drží za *Handle*.

```
import System.IO
```

```
openFile :: FilePath → IOMode → IO Handle
```

```
hClose :: Handle → IO ()
```

```
withFile :: FilePath → IOMode → (Handle → IO r) → IO r
```

Ostatní IO funkce mají varianty s *Handle*:

*hFileSize*, *hIsEOF*, *hFlush*, *hSeek*, *hTell*, *hReady*, *hGetChar*, *hGetContents*, *hGetLine*, *hPutChar*,  
*hPutStr*, *hPutStrLn*, *hPrint*, ...

```
import Control.Monad
```

```
mapM :: (Monad m, Traversable t) => (a -> m b) -> t a -> m (t b)
```

```
mapM_ :: (Monad m, Foldable t) => (a -> m b) -> t a -> m ()
```

```
sequence :: (Monad m, Traversable t) => t (m a) -> m (t a)
```

```
forever :: Applicative f => f a -> f b
```

Bonusy:

- podobně: *zipWithM*, *replicateM*, *foldM*, *sequence\_*
- *forM* a *forM\_* je otočený *mapM*
- *when* a *unless* místo *if*
- Na dost věcí stačí aplikativní interface — pokud je to možné, používejte *traverse* a *traverse\_*.
- Narozdíl od jiných jazyků, *IO* je normální monáda a kombinátory na ní fungují taky.

# Kontejnery

---

- Foldable & Traversable
- Maybe, Either, List
- Tree
- Sequence
- Array & Vector
- Graph
- Set, Map
- IntSet, IntMap

```
class Foldable (t :: * → *) where  
  Data.Foldable.fold :: Monoid m ⇒ t m → m  
  foldMap :: Monoid m ⇒ (a → m) → t a → m  
  foldr, foldr' :: (a → b → b) → b → t a → b  
  foldl, foldl' :: (b → a → b) → b → t a → b  
  foldr1, foldl1 :: (a → a → a) → t a → a  
  Data.Foldable.toList :: t a → [a]  
  null :: t a → Bool  
  length :: t a → Int  
  elem :: Eq a ⇒ a → t a → Bool  
  maximum, minimum :: Ord a ⇒ t a → a  
  sum, product :: Num a ⇒ t a → a
```

Utils: *and*, *or*, *all*, *any*, *foldlM*, *foldrM*

**Používejte buď *foldl'* nebo *foldr'*!**  
***foldl* občas (často) spotřebuje překvapivě hodně paměti.**

Vorsicht  
Funktor

2 m Abstand halten



```
class (Functor t, Foldable t)  $\Rightarrow$  Traversable t where  
  traverse :: Applicative f  $\Rightarrow$  (a  $\rightarrow$  f b)  $\rightarrow$  t a  $\rightarrow$  f (t b)  
  sequenceA :: Applicative f  $\Rightarrow$  t (f a)  $\rightarrow$  f (t a)  
  mapM :: Monad m  $\Rightarrow$  (a  $\rightarrow$  m b)  $\rightarrow$  t a  $\rightarrow$  m (t b)  
  sequence :: Monad m  $\Rightarrow$  t (m a)  $\rightarrow$  m (t a)
```

Podobné: *traverse\_*, *sequence\_*, *mapM\_*, *forM*, *mapAccumL*, *mapAccumR*

*maybe* ::  $b \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow \text{Maybe } a \rightarrow b$

*fromMaybe* ::  $a \rightarrow \text{Maybe } a \rightarrow a$

*fromJust* ::  $\text{Maybe } a \rightarrow a$

*isJust* ::  $\text{Maybe } a \rightarrow \text{Bool}$

*isNothing* ::  $\text{Maybe } a \rightarrow \text{Bool}$

*listToMaybe* ::  $[a] \rightarrow \text{Maybe } a$

*maybeToList* ::  $\text{Maybe } a \rightarrow [a]$

*mapMaybe* ::  $(a \rightarrow \text{Maybe } b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$

*catMaybes* ::  $[\text{Maybe } a] \rightarrow [a]$

*either* ::  $(a \rightarrow c) \rightarrow (b \rightarrow c) \rightarrow \text{Either } a \ b \rightarrow c$   
*fromLeft* ::  $a \rightarrow \text{Either } a \ b \rightarrow a$   
*fromRight* ::  $b \rightarrow \text{Either } a \ b \rightarrow b$   
*isLeft* ::  $\text{Either } a \ b \rightarrow \text{Bool}$   
*isRight* ::  $\text{Either } a \ b \rightarrow \text{Bool}$   
*lefts* ::  $[\text{Either } a \ b] \rightarrow [a]$   
*rights* ::  $[\text{Either } a \ b] \rightarrow [b]$   
*partitionEithers* ::  $[\text{Either } a \ b] \rightarrow ([a], [b])$

*cycle* ::  $[a] \rightarrow [a]$   
*repeat* ::  $a \rightarrow [a]$   
*replicate* ::  $Int \rightarrow a \rightarrow [a]$   
*intersperse* ::  $a \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
*intercalate* ::  $[a] \rightarrow [[a]] \rightarrow [a]$   
*group* ::  $Eq\ a \Rightarrow [a] \rightarrow [[a]]$   
*nub* ::  $Eq\ a \Rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
*inits* ::  $[a] \rightarrow [[a]]$   
*tails* ::  $[a] \rightarrow [[a]]$   
*sort* ::  $Ord\ a \Rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
*sortBy* ::  $(a \rightarrow a \rightarrow Ordering) \rightarrow [a] \rightarrow [a]$   
*sortOn* ::  $Ord\ b \Rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [a]$

**data** *Tree* *a* = *Node* { *rootLabel* :: *a*, *subForest* :: *Forest* *a* }

**type** *Forest* *a* = [ *Tree* *a* ]

*drawTree* :: *Tree* *String* → *String*

*drawForest* :: *Forest* *String* → *String*

*levels* :: *Tree* *a* → [[*a*]]

*flatten* :: *Tree* *a* → [*a*]

*foldTree* :: (*a* → [*b*] → *b*) → *Tree* *a* → *b*

*unfoldTree* :: (*b* → (*a*, [*b*])) → *b* → *Tree* *a*

Sekvence je lepší seznam:

- indexování v  $\mathcal{O}(\log n)$
- přístup k oběma koncům
- většina ne-globálních operací amortizovaně mezi  $\mathcal{O}(1)$  až  $\mathcal{O}(\log n)$

Operace navíc:

$(\langle |) :: a \rightarrow Seq\ a \rightarrow Seq\ a$  -- přidávání prvku na konec

$(| \rangle) :: Seq\ a \rightarrow a \rightarrow Seq\ a$

**data**  $ViewL\ a = EmptyL \mid a :< (Seq\ a)$

$viewl :: Seq\ a \rightarrow ViewL\ a$

$viewr :: Seq\ a \rightarrow ViewR\ a$

$(\rangle \langle) :: Seq\ a \rightarrow Seq\ a \rightarrow Seq\ a$  --  $\mathcal{O}(\log n)$  concat

Arraye mají indexy:

```
class Ord a  $\Rightarrow$  Ix a where  
  range    :: (a, a)  $\rightarrow$  [a]  
  index    :: (a, a)  $\rightarrow$  a  $\rightarrow$  Int  
  inRange  :: (a, a)  $\rightarrow$  a  $\rightarrow$  Bool  
  rangeSize :: (a, a)  $\rightarrow$  Int
```

Typ arraye: *Array idx a*

Přístup do arraye podle indexu je  $\mathcal{O}(1)$ . Implementace je vestavěná v GHC, modelovaná jako funkce s omezenou kontinuální celočíselnou doménou.

*array* ::  $lx\ i \Rightarrow (i, i) \rightarrow [(i, e)] \rightarrow Array\ i\ e$

*listArray* ::  $lx\ i \Rightarrow (i, i) \rightarrow [e] \rightarrow Array\ i\ e$

*assocs* ::  $lx\ i \Rightarrow Array\ i\ e \rightarrow [(i, e)]$

*bounds* ::  $Array\ i\ e \rightarrow (i, i)$

*elems* ::  $Array\ i\ e \rightarrow [e]$

*(!)* ::  $lx\ i \Rightarrow Array\ i\ e \rightarrow i \rightarrow e$

*(//)* ::  $lx\ i \Rightarrow Array\ i\ e \rightarrow [(i, e)] \rightarrow Array\ i\ e$

*ixmap* ::  $(lx\ j, lx\ i) \Rightarrow$   
 $(i, i) \rightarrow (i \rightarrow j) \rightarrow Array\ j\ e \rightarrow Array\ i\ e$



Vektory jsou arraye obalené trochu lepším API. Vyhledání prvku podle indexu je  $\mathcal{O}(1)$ , index je `Int`, a indexy začínají od nuly.

Operace podobné jako u arrayí:

`length` :: `Vector a` → `Int`

`(!)` :: `Vector a` → `Int` → `a`

`(!?)` :: `Vector a` → `Int` → `Maybe a`

`unsafeIndex` :: `Vector a` → `Int` → `a` -- rychlejší varianty s UB!

`unsafeHead` :: `Vector a` → `a`

`unsafeLast` :: `Vector a` → `a`

`imap` :: `(Int → a → b)` → `Vector a` → `Vector b`

`(//)` :: `Vector a` → `[(Int, a)]` → `Vector a`

`update` :: `Vector a` → `Vector (Int, a)` → `Vector a`

`update_` :: `Vector a` → `Vector Int` → `Vector a` → `Vector a`

Občas se hodí do pole smět náhodně chaoticky zapisovat. U immutable vektorů je ale výměna jednoho prvku  $\mathcal{O}(n)$ .

*MVector* *s* *a* si uchovává implicitní stav v monádě *s* (např. *IO*, *ST*), zápis do vektoru je v  $\mathcal{O}(1)$ .

```
new :: PrimMonad m  $\Rightarrow$  Int  $\rightarrow$  m (MVector (PrimState m) a)
```

```
{-unsafeNew neinicializuje paměť! :) -}
```

```
clone :: PrimMonad m  $\Rightarrow$ 
```

```
    MVector (PrimState m) a  $\rightarrow$  m (MVector (PrimState m) a)
```

```
read :: PrimMonad m  $\Rightarrow$ 
```

```
    MVector (PrimState m) a  $\rightarrow$  Int  $\rightarrow$  m a
```

```
write :: PrimMonad m  $\Rightarrow$ 
```

```
    MVector (PrimState m) a  $\rightarrow$  Int  $\rightarrow$  a  $\rightarrow$  m ()
```

```
modify :: PrimMonad m  $\Rightarrow$ 
```

```
    MVector (PrimState m) a  $\rightarrow$  (a  $\rightarrow$  a)  $\rightarrow$  Int  $\rightarrow$  m ()
```

```
swap :: PrimMonad m  $\Rightarrow$ 
```

```
    MVector (PrimState m) a  $\rightarrow$  Int  $\rightarrow$  Int  $\rightarrow$  m ()
```

```

import Control.Monad
import qualified Data.Vector.Mutable as V

bublsort mv = sequence_
  [do [left, right] ← traverse (V.read mv) [i, i + 1]
    when (left > right) $ V.swap mv i (i + 1)
  | let n = V.length mv, _ ← [0..n - 1], i ← [0..n - 2]]

demoVector = do v ← V.new 5 :: V.IOVector Int
               zipWithM (V.write v) [0..] [5, 3, 2, 5, 1]
               return v

printV v = forM_ [0..V.length v - 1] $ (\\>print) . V.read v

main = do v ← demoVector
         bublsort v
         printV v

```

```
type Vertex  = Int
type Edge    = (Vertex, Vertex)
type Bounds  = (Vertex, Vertex)
type Table a  = Array Vertex a

buildG      :: Bounds → [Edge] → Graph
vertices    :: Graph → [Vertex]
edges       :: Graph → [Edge]
indegree    :: Graph → Table Int
outdegree   :: Graph → Table Int
path        :: Graph → Vertex → Vertex → Bool
reachable   :: Graph → Vertex → [Vertex]
components  :: Graph → Forest Vertex
```

```
graphFromEdges :: Ord key => [(node, key, [key])] →  
    (Graph,  
     Vertex → (node, key, [key]),  
     key →     Maybe Vertex)
```

```
graphFromEdges'  -- nevrací mapu klíčů
```

```
transposeG :: Graph → Graph
```

```
topSort      :: Graph → [Vertex]  -- topologické uspořádání
```

```
dfs          :: Graph → [Vertex] → Forest Vertex  -- zakořeněné kostry
```

```
dff          :: Graph → Forest Vertex  -- tosamé pro všechny kořeny
```

```
scc          :: Graph → Forest Vertex  -- souvislé komponenty
```

```
bcc          :: Graph → Forest [Vertex]  -- 2-souvislé komponenty
```

Standardní stromovité kontejnery: *Map*, *IntMap*, *Set*, *IntSet*

- Int-varianty jsou optimalizovanější
- Jsou dostupné i Lazy varianty (většinou je vhodnější použít Strict)
- Běžná metoda importu s kvalifikátorem zamezuje kolizi jmen:

```
import qualified Data.Map.Strict as M
```

$M.fromList :: Ord\ k \Rightarrow [(k, a)] \rightarrow M.Map\ k\ a$   
 $S.fromList :: Ord\ a \Rightarrow [a] \rightarrow S.Set\ a$   
 $M.assocs :: M.Map\ k\ a \rightarrow [(k, a)]$   
 $M.elems :: M.Map\ k\ a \rightarrow [a]$   
 $S.elems :: S.Set\ a \rightarrow [a]$   
 $S.insert, S.delete :: Ord\ a \Rightarrow a \rightarrow S.Set\ a \rightarrow S.Set\ a$   
 $M.insert :: Ord\ k \Rightarrow k \rightarrow a \rightarrow M.Map\ k\ a \rightarrow M.Map\ k\ a$   
 $M.delete :: Ord\ k \Rightarrow k \rightarrow M.Map\ k\ a \rightarrow M.Map\ k\ a$   
 $M.adjust :: Ord\ k \Rightarrow (a \rightarrow a) \rightarrow k \rightarrow M.Map\ k\ a \rightarrow M.Map\ k\ a$   
 $(M.!) :: Ord\ k \Rightarrow M.Map\ k\ a \rightarrow k \rightarrow a$   
 $(M.!? ) :: Ord\ k \Rightarrow M.Map\ k\ a \rightarrow k \rightarrow Maybe\ a$   
 $S.union, S.difference, S.intersection$   
 $:: Ord\ a \Rightarrow S.Set\ a \rightarrow S.Set\ a \rightarrow S.Set\ a$

V balíku `unordered-containers` je navíc *HashSet* a *HashMap*

NB.: Hashování v kontejnerech je téměř vždy granát do vlastních bot; v případě funkcionálního programování to platí exponenciálně víc. Pokud jste zvládli DS 2, PDS a Vývoj vysoce výkonného SW a ještě pořád si myslíte, že to je dobrý nápad, můžete je použít.

Implementace:

```
class Hashable a where
```

```
    hashWithSalt :: Int → a → Int
```

```
member :: (Eq a, Hashable a) ⇒ a → HashSet a → Bool
```

...



*Set* není funktor!

V jazycích bez mutovatelných hodnot tradiční datové struktury nefungují úplně dobře!

Typický příklad: zápis jednoho prvku do vektoru musí zkopírovat celý blok dat (co kdyby původní vektor ještě někdo potřeboval).

Některé struktury fungují pro některá použití částečně dobře:

- Zápis do hlavy/kořene v seznamu/stromě:  $\mathcal{O}(1)$
- Obecně: zápis v hloubce  $h$  přepíše  $\mathcal{O}(h)$  dat.

Funkcionální datové struktury minimalizují  $h$ .

- velké bloky dat snižují  $h$  ale zvyšují konstantní overhead
- $h$  je zdola omezené velikostí bloků a počtem uložených prvků

$$n_h = \mathcal{O}(B^h)$$

Běžné optimalizované struktury využívají např.:

- specializované části struktur
- optimistické předpoklady o používání struktury

Chceme potenciálně nekonečnou FIFO frontu s  $\mathcal{O}(1)$  enqueue a dequeue.

Problémy:

- obousměrný seznam v immutable datech nejde vyrobit.
- změna jednosměrného seznamu na konci stojí  $\mathcal{O}(n)$  alokací

Řešení: oddělíme polovinu fronty na čtení a polovinu fronty na zápis.

```
data FQueue a = FQueue { fqReadEnd :: [a], fqWriteEnd :: [a] }
```

```
fqEnqueue a q = q { fqWriteEnd = a : fqWriteEnd q }
```

```
fqRefill (FQueue [] x) = FQueue (reverse x) []
```

```
fqRefill q = q
```

```
fqDequeue q = case fqRefill q of
```

```
  r@(FQueue [] _) = Nothing
```

```
  FQueue (r : rs) w = Just (r, FQueue rs w)
```

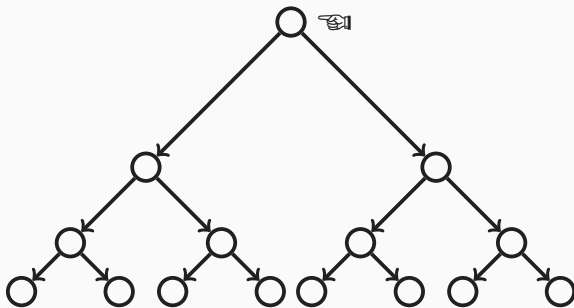
Enqueue je viditelně  $\mathcal{O}(1)$ .

Dequeue je amortizovaně  $\mathcal{O}(1)$ . Pro každý průchozí prvek proběhnou operace:

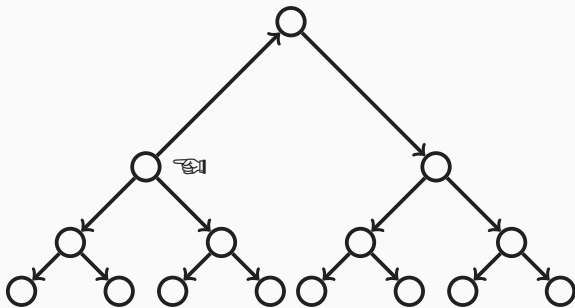
- připojení na začátek seznamu
- reverse (konstantní cena za prvek)
- odpojení ze začátku seznamu

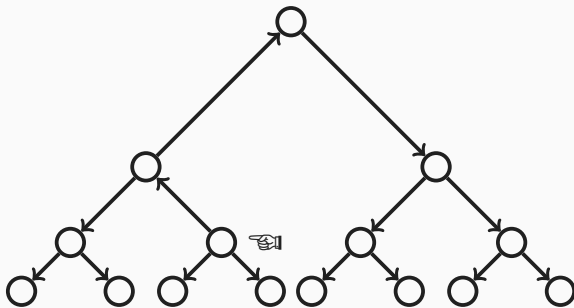
Zipper je generická konstrukce jak z normální datové struktury udělat vhodnou pro funkcionální programování. Princip si ukážeme na stromech.

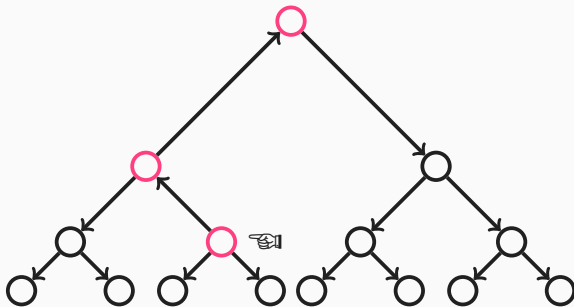
- Normální stromy jsou reprezentované odkazem na kořen, hloubka všech operací se měří seshora.
- Zipper tree jsou reprezentované odkazem na libovolný prvek, ze kterého jdou ukazatele jak nahoru (až do kořene) tak dolů (až do listů).











Páteř je nutné specializovat.

```

data BTree a = BNode (BTree a) a (BTree a) | Nil
data ZSpine a = RootR a (BTree a)
                | RootL (BTree a) a
                | SpineR (ZSpine a) a (BTree a)
                | SpineL (BTree a) a (ZSpine a)
data ZBTree a = Root (BTree a) | NonRoot (BTree a) (ZSpine a)
zUp, zLeft, zRight :: ZBTree a → ZBTree a

```

Implementace jde odvodit z původní struktury mechanicky pomocí *derivace na termech*. Koncept je aplikovatelný na jakoukoliv strukturu.

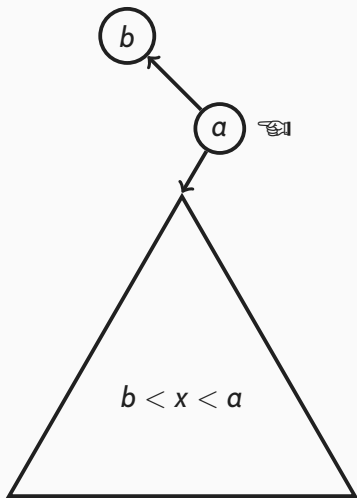
 Gerard Huet, “Functional Pearl: The Zipper.” *Journal of Functional Programming* 7 (5), pp. 549–554 (1997).

Standardní implementace operace *find* by vystoupala ke kořeni a použila hledání z BVS.

Úsporná implementace se při stoupání může zastavit dříve:

- hledaný prvek má klíč  $x$
- aktuální uzel je
  - $u = \text{NonRoot } (\text{BNode } lst\ a \ \_) (\text{SpineL } \_ \ b \ \_)$  nebo
  - $u = \text{NonRoot } (\text{BNode } lst\ a \ \_) (\text{RootL } \_ \ b)$
- platí  $b < x < a$
- uzel s  $x$  existuje  $\iff$  uzel je v podstromu  $lst$

(platí i symetricky obráceně, s mírnou úpravou i pro intervaly)



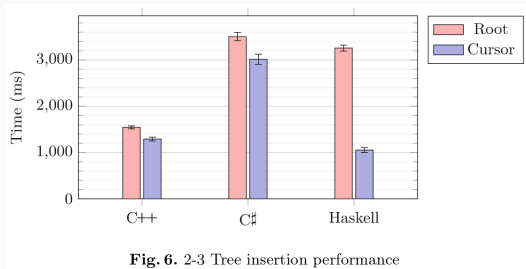


Fig. 6. 2-3 Tree insertion performance

Šefl, Vít. “Performance Analysis of Zippers.” In *Declarative Programming and Knowledge Management*, pp. 215-229. Springer, Cham, 2019. <https://arxiv.org/pdf/1908.10926.pdf>

Bonus: Alokace a GC-shrabání paměti v *nursery* ve standardní implementaci GHC RTS je oproti `mallocu` výrazně rychlejší.

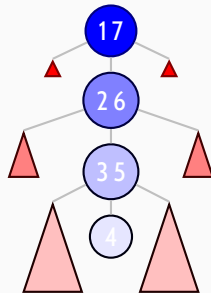
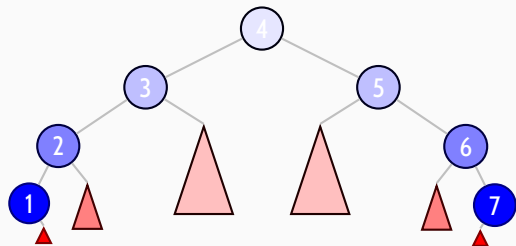
Pozor: To ani zdaleka neplatí univerzálně pro všechny GC.

 Ralf Hinze and Ross Paterson, “Finger trees: a simple general-purpose data structure.” *Journal of Functional Programming* 16:2 (2006), pp. 197–217.

Konstrukce: Zipper z ‘obou stran’ — strom je rozdělený podle podstromů od kraje, umožňuje rychlý přístup ke krajním prvkům a rychlé spojování/rozpojování.



## Finger tree (myšlenka)



## 2-3 Finger tree (Hinze&Paterson, 2006)

```
data FingerTree a = Empty
                  | Single a
                  | Deep (Digit a) (FingerTree (Node a)) (Digit a)
data Digit a = One a | Two a a | Three a a a | Four a a a a
data Node a = Node2 a a | Node3 a a a
```

Požadavky: rychlý přístup k oběma koncům,  $\log-n$  nalezení  $k$ -tého prvku.

Implementace: 2-3 finger tree označovaný velikostí podstromů.

Tradeoff: Sekvence nemůžou být nekonečné (narozdíl od seznamů).

# Kompilujeme Haskell

---

1. Parsování
2. Typecheck
3. Desugaring (převod do jazyka Core)
4. Optimalizace (“simplifier”)
5. Převod do STG, optimalizace
6. Převod do Cmm nebo LLVM, optimalizace
7. sestavení
8. linkování s RTS

## Simon Peyton Jones & Simon Marlow



## Jak typecheckovat funkcionální kód?

Rozdíl oproti C-like: postupování 'po směru výpočtu' nám toho moc neřekne.

- literály můžou mít libovolné typy, defaultovat a “kdyžtak později kovertovat” nelze
- občas je potřeba odhadnout typ parametru funkce (`auto`-parametry v C++)
- v rekurzivních případech dopředné odvozování selže

Popíšeme si Hindley-Milnerův systém a jeho rozšíření o typové třídy.

(c) Alonzo Church 1930

$$V ::= a | b | c | \dots | x_{\infty}$$

$$\Lambda ::= V | \Lambda \Lambda | (\lambda V. \Lambda)$$

Kupodivu:

- Systém je T-úplný
- Díky jednoduchosti je to skvělý model pro “lidské” programovací jazyky.



## Lambda kalkulus neumí hodnoty?

```
#haskell
```

```
20:30 < Ariakenom> lambda calculus has both  
                    functions and values,  
                    because functions  
                    are values
```

Alonzo Church



$$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$$

$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$

$\mathbf{T} = K, \mathbf{F} = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$

$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$

$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$

$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$

$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$

$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$

$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$

$\text{add} = (\lambda abfx.af(bfx)), \text{mul} = (\lambda abf.a(bf)), \text{exp} = (\lambda ab.ba)$

$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$

$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$

$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$

$\text{add} = (\lambda abfx.af(bfx)), \text{mul} = (\lambda abf.a(bf)), \text{exp} = (\lambda ab.ba)$

$Z? = (\lambda n.n(KF)T), \text{incr} = \text{add } 1 = (\lambda bfx.f(bfx)) = (\lambda bfx.bf(fx))$

$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$

$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$

$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$

$\text{add} = (\lambda abfx.af(bfx)), \text{mul} = (\lambda abf.a(bf)), \text{exp} = (\lambda ab.ba)$

$Z? = (\lambda n.n(KF)T), \text{incr} = \text{add } 1 = (\lambda bfx.f(bfx)) = (\lambda bfx.bf(fx))$

$\text{pair} = (\lambda lrx.xlr), \text{left} = (\lambda x.xT), \text{right} = (\lambda x.xF)$



$$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$$

$$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$$

$$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$$

$$\text{add} = (\lambda abfx.af(bfx)), \text{mul} = (\lambda abf.a(bf)), \text{exp} = (\lambda ab.ba)$$

$$Z? = (\lambda n.n(KF)T), \text{incr} = \text{add } 1 = (\lambda bfx.f(bfx)) = (\lambda bfx.bf(fx))$$

$$\text{pair} = (\lambda lrx.xlr), \text{left} = (\lambda x.xT), \text{right} = (\lambda x.xF)$$

$$\text{decr} = (\lambda n.\text{right}(n \text{ incr2 } (\text{pair } 0 \ 0))),$$

$$\text{incr2} = (\lambda p.\text{pair} (\text{incr} (\text{left } p)) (\text{if } (Z? (\text{left } p)) \ 0 \ (\text{incr} (\text{right } p))))$$

$$I = (\lambda x.x), K = (\lambda xy.x), K' = (\lambda xy.y),$$

$$T = K, F = K', \text{if} = (\lambda btf.btf) = I$$

$$0 = (\lambda fx.x) = F, 1 = (\lambda fx.fx) = I, 2 = (\lambda fx.f(fx)), n = (\lambda fx.f^n x),$$

$$\text{add} = (\lambda abfx.af(bfx)), \text{mul} = (\lambda abf.a(bf)), \text{exp} = (\lambda ab.ba)$$

$$Z? = (\lambda n.n(KF)T), \text{incr} = \text{add } 1 = (\lambda bfx.f(bfx)) = (\lambda bfx.bf(fx))$$

$$\text{pair} = (\lambda lrx.xlr), \text{left} = (\lambda x.xT), \text{right} = (\lambda x.xF)$$

$$\text{decr} = (\lambda n.\text{right}(n \text{ incr2 } (\text{pair } 0 \ 0))),$$

$$\text{incr2} = (\lambda p.\text{pair} (\text{incr} (\text{left } p)) (\text{if } (Z? (\text{left } p)) \ 0 \ (\text{incr} (\text{right } p))))$$

Rekurze bez možnosti použít vlastní definici:

$$\text{facF} = (\lambda fn.\text{if}(Z? \ n) \ 1 \ (\text{mul } n \ (f(\text{decr } n))))$$

$$\text{fac} = Y \text{ facF}, Y = (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))), \infty = (\lambda fx.Yfx) = Y$$

## Věta o pevném bodě pro $\lambda$ -kalkulus

$$(\forall F)(\exists X) X = F(X)$$

**Dk.:**

## Věta o pevném bodě pro $\lambda$ -kalkulus

$$(\forall F)(\exists X) X = F(X)$$

**Dk.:**

- **Pomůcka:**  $Y = (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))$

## Věta o pevném bodě pro $\lambda$ -kalkulus

$$(\forall F)(\exists X) X = F(X)$$

**Dk.:**

- **Pomůcka:**  $Y = (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))$
- $X = YF, \quad YF = F(YF).$  

## Věta o pevném bodě pro $\lambda$ -kalkulus

$$(\forall F)(\exists X) X = F(X)$$

**Dk.:**

- **Pomůcka:**  $Y = (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))$
- $X = YF, \quad YF = F(YF).$     ✌

**Pozorování:**  $YF = F(YF) = F(F(YF)) = F^\infty(YF).$

$Y$  se tradičně jmenuje ‘fixed point combinator’ kvůli podobnosti s analytickými větami o pevném bodě:

- Analýza: najdu  $x$  tak, že po spočítání (zachovávajícím ekvivalenci) z  $f(x)$  vyjde  $x$ , tudíž  $x = f(x)$ .
- $\lambda$ : najdu  $X$  tak, že po spočítání (zachovávajícím ekvivalenci) vyjde  $F(X)$ , tudíž  $X = F(X)$ .

Teorie vyčíslitelnosti fixpointu říká ‘while cyklus’

- $F^\infty(X)$  může cyklit donekonečna
- podmínka v  $F$  může cyklus kdykoliv zastavit

**D. Ú.:** Na faktoriál přece není potřeba ani while-cyklus, ani dekrementace! Vyroberte **fac** bez **decr** a **Y**!

**let** *fix* *f* = *f* (*fix* *f*)

Cvičení (k vysvětlení výsledku):

- *fix* ( $\lambda f\ i \rightarrow i : f\ (i + 1)$ ) 1
- *fix* (1:)
- *fix* show
- *fix* (scanl (+) 0 • (1:))



Pokud jde  $\lambda$ -term vůbec dostat do normální formy, určitě se do ní jde dostat pomocí vyhodnocování nejlevějšího redexu.

- $(\lambda x.xx) (\lambda x.xx)$
- $K' ((\lambda x.xx) (\lambda x.xx)) (\lambda x.x)$

Tomu se říká lazy vyhodnocování.

## Bonus: Kombinatorový kalkulus

Uzavřeným termům se říká kombinátory. ( $F, K, S, I, \dots$ )

*Věta (SKI kalkulus):* Každý  $\lambda$ -term lze vyjádřit jako výraz složený pouze z aplikací kombinatorů

$$S = \lambda xyz.xz(yz)$$

$$K = \lambda xy.x$$

Např.:

$$I = SKK$$

$$K' = SK$$

$$F = S(K(SI))K \quad \text{-flip}$$

$$Y = S(K(SII))(S(S(KS)K)(K(SII)))$$

$$\vdots$$

## Bonus: Point-free

Trochu podobně se každý Haskellový term (bez speciální syntaxe) dá zbavit abstrakcí, výsledkem je tzv. point-free forma.

Konverze jednoduchých výrazů podle výskytu abstrahované proměnné:

|                                                 |                      |
|-------------------------------------------------|----------------------|
| $\lambda x \rightarrow x$                       | <i>id</i>            |
| $\lambda x \rightarrow a$                       | <i>const a</i>       |
| $\lambda x \rightarrow a\ x$                    | <i>a</i>             |
| $\lambda x \rightarrow a\ (b\ x)$               | <i>a · b</i>         |
| $\lambda x \rightarrow (a\ x)\ b$               | <i>flip a b</i>      |
| $\lambda x \rightarrow (a\ x)\ (b\ x)$          | <i>a &lt;∗&gt; b</i> |
| $\lambda x \rightarrow \lambda y \rightarrow a$ | rekurzivně           |

Složitější termy obsahující  $x$  'někde hluboko' je možné  $\eta$ -expandovat na některý z jednodušších případů a vyřešit rekurzivně.

Jde nějak staticky zjistit, co daný  $\lambda$ -term dělá?

Nápad: zkusíme odvodit typ a uvidíme.

Jazyk typů:

$$V_T ::= \alpha | \beta | \gamma | \dots | \tau_\infty$$

$$T ::= V_T | T \rightarrow T$$

Tradiční zápis:  $\Gamma \vdash M : \tau$

Např.:  $\vdash I : \tau \rightarrow \tau \quad \vdash K : \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \quad \vdash \mathbf{n} : (\sigma \rightarrow \sigma) \rightarrow \sigma \rightarrow \sigma$

$\vdash \mathbf{if} : (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \quad \{ \mathbf{x} : \alpha \rightarrow \beta, \mathbf{y} : \alpha \} \vdash \mathbf{xy} : \beta$

$$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \text{ (Var)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \pi \rightarrow \rho \quad \Gamma \vdash N : \pi}{\Gamma \vdash MN : \rho} \text{ (App)}$$

$$\frac{\Gamma \cup \{v : \pi\} \vdash M : \rho}{\Gamma \vdash (\lambda v. M) : (\pi \rightarrow \rho)} \text{ (Abs)}$$

Pravidla se občas nazývají postupně Axiom,  $\rightarrow$ -eliminace a  $\rightarrow$ -zavedení.

Slabá normalizace:

$$(\forall M \in \Lambda) \quad M : \tau \implies M \text{ má N.F.}$$

Nevýhoda: většina užitečného programování typ v STLC nemá, ale “shodou okolností” má normální formu. (typicky:  $Y$ )

Slabá normalizace:

$$(\forall M \in \Lambda) \quad M : \tau \implies M \text{ má N.F.}$$

Nevýhoda: většina užitečného programování typ v STLC nemá, ale “shodou okolností” má normální formu. (typicky:  $Y$ )

Existují typové systémy se **silnou normalizací** (tj. kde právě všechny zastavující programy mají typ), problém odvození typu v nich ale není rozhodnutelný. Např.  $\lambda_{\vec{n}}$

Související: rozdíl mezi PRF, ORF a ČRF, viz. vyčíslitelnost.

Girard (1972) a nezávisle Reynolds (1974) z různých důvodů zavedli polymorfní typování.

$$T ::= V_T \mid T \rightarrow T \mid \forall V_T. T$$

Extra pravidla:

$$\frac{\Gamma \vdash M : \sigma \quad \alpha \notin \Gamma}{\Gamma \vdash M : (\forall \alpha. \sigma)} \text{ (Generalizace)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : (\forall \alpha. \sigma)}{\Gamma \vdash M : \sigma[\alpha := \tau]} \text{ (Specializace)}$$



## Jean-Yves Girard & John C. Reynolds



Výhody:

- $I : \forall \alpha. \alpha \rightarrow \alpha$ , jde použít víckrát
- $(\lambda x. xx) : (\forall \beta. (\forall \alpha. \alpha) \rightarrow \beta)$

Nevýhody:

- $(\lambda x. xx) : (\forall \beta. (\forall \alpha. \alpha) \rightarrow (\beta \rightarrow \beta))$
- $(\lambda x. xx) : (\forall \alpha. \alpha) \rightarrow (\forall \alpha. \alpha)$
- nerozhodnutelná inference
- ...

Použití generalizace je příliš nedeterministické. Zkusme to rozumně.

Zavedeme novou jazykovou konstrukci **let**  $v = d$  **in**  $e$ , jejímž výsledkem bude polymorfní  $v$  použitelné v  $e$ .

Generalizaci v typech můžeme omezit na “vrchní úroveň”.

$$\Lambda ::= V \mid \Lambda \Lambda \mid (\lambda V. \Lambda) \mid \text{let } V = \Lambda \text{ in } \Lambda$$

$$\mathcal{M} ::= V_T \mid \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M} \quad (\text{monotypy})$$

$$\mathcal{P} ::= \mathcal{M} \mid \forall V_T. \mathcal{P} \quad (\text{polymorfní typy})$$

Odpovídající úprava STLC:

$$\frac{x : \tau \in \Gamma \quad \tau \in \mathcal{M}}{\Gamma \vdash x : \tau} \text{ (Var)}$$

$$\frac{x : \tau \in \Gamma \quad \tau \in \mathcal{P}}{\Gamma \vdash x : \text{instantiate}(\tau)} \text{ (Var-Inst)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash a : \pi \rightarrow \rho \quad \Gamma \vdash b : \pi}{\Gamma \vdash a b : \rho} \text{ (App)}$$

$$\frac{\Gamma \cup \{v : \pi\} \vdash e : \rho}{\Gamma \vdash (\lambda v. e) : (\pi \rightarrow \rho)} \text{ (Abs)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash d : \tau \quad \Gamma \cup \{v : \text{quantify}(\tau)\} \vdash e : \sigma}{\Gamma \vdash (\text{let } v = d \text{ in } e) : \sigma} \text{ (Let-Gen)}$$

- Proměnné zachycené v **let** přiřadíme nejobecnější možný typ.
- Pokud někde použijeme polymorfní proměnnou, typ **instancujeme** na monomorfní typ doplněním čerstvých typových proměnných za polymorfní.

Př.: **let**  $I = (\lambda x.x)$  **in**  $I$

- $(\lambda x.x) : \alpha \rightarrow \alpha$
- $I : \forall \alpha. \alpha \rightarrow \alpha$
- Druhé  $I$ :  $\beta \rightarrow \beta$
- První  $I$ :  $\gamma \rightarrow \gamma$ , posléze  $(\beta \rightarrow \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \beta)$
- Celý výraz:  $\beta \rightarrow \beta$

Bez instancování není polymorfismu!

$id\ id :: \alpha \rightarrow \alpha$

**ale:**

$(\lambda x \rightarrow x\ x)\ id$

***Occurs check: cannot construct the infinite type:  $t \sim t \rightarrow t$***

Rozšíření H-M pro podporu typových tříd:

- **kvalifikované** polymorfní typy  
kvalifikace je efektivně množina tvrzení o typových proměnných (ve tvaru predikátů)
- kontroly typových tříd při specializaci
- složitější hledání nejobecnějšího typu
  - v rekurzivním případě to je nerozhodnutelný problém
  - některé odvozené predikáty patří kontextu  
(typicky ve vnořených definicích)
  - některé typy dovolují nejednoznačné chování  
 $f = \text{show} \cdot \text{read}$

 Mark P. Jones, “Typing Haskell In Haskell.” <http://web.cecs.pdx.edu/~mpj/thih/>

Typ vzájemně polymorfních rekurzivních definic není možné automaticky odvodit!

**data** *Seq* *a* = *Nil* | *Cons* *a* (*Seq* (*a*, *a*))

*seqmap* *f Nil* = *Nil*

*seqmap* *f* (*Cons* *x xs*) =

*Cons* (*f* *x*) (*seqmap* ( $\lambda(a, b) \rightarrow (f\ a, f\ b)$ ) *xs*)

Error: cannot construct the infinite type...

Oprava: typ připsíme ručně.

*seqmap* :: (*a* → *b*) → *Seq* *a* → *Seq* *b*



*f = show · read*

*f :: String → String*

...ale co se vlastně stane uvnitř?

Podobně:

*main = print 5*

Vypíše se Int, Integer, Float, nebo něco jiného?

**Defaulting**: Kompilátor v takových případech vyzkouší přednastavené defaultní typy.

Běžně např: **default** (*Integer*, *Double*)

Defaulting jde pro modul vypnout: **default** ()

```
f x = show (read x)
read :: Read a ⇒ String → a
x :: String
(read x) :: Read a ⇒ a
show :: Show a ⇒ a → String
show (read x) :: (Read a, Show a) ⇒ String
f :: (Read a, Show a) ⇒ String → String
```

Nepoužitá kvalifikovaná proměnná označuje nějakou **nejednoznačnost** (ambiguity).

Nejednoznačnosti se *odstraní* vyhledáním prvního typu ze seznamu **default**, který vyhovuje všem predikátům (případně chybou).

Haskell navíc obsahuje poměrně velké množství rozšíření:

- víceparametrové typové třídy
- DataKinds, “dependent” types
- explicitní typovou rovnost
- type families
- lineární typy
- ...

Kód který prošel typecheckem se transformuje na **Core**.

```
data Expr b = Var b
           | Lit  Literal
           | App  (Expr b) (Arg b)
           | Lam  b (Expr b)
           | Let   (Bind b) (Expr b)
           | Case  (Expr b) b Type [Alt b]
           | Cast  (Expr b) Coercion
           | Tick  (Tickish Id) (Expr b)
           | Type  Type
           | Coercion Coercion
```

(CoreSyn.hs:255-266)

## Výhody:

- na jednoduchý kód se jednoduše píšou transformace
  - DCE
  - Inlining
  - Specializace
- jde typecheckovat (tj. ověřovat správnost transformací)

## Zajímavosti:

- z kvantifikace typů se stávají parametry funkcí
- typové třídy se do Core ani nedostanou (jsou předělané na slovníkové funkce)

Spineless Tagless Graph machine je VM pro vykonávání Haskellu.

VM obsahuje:

- registry
- stack
  - Haskell nemá viditelný stack!
  - používaný na continuations
- heap
  - data
  - thunks
  - functions
  - continuations

Hodnoty na heapu jsou propojené pointery.

Data mají mnoho podob:

- unboxed — P. O. D.
- boxed, unlifted — mají 'obal' který místo nich může obsahovat thunk, ale nemůžou být  $\perp$ .
- boxed, lifted — mají 'obal' a navíc můžou být  $\perp$  (vyrobit výjimku).

Život na STG:

- funkce je pointer na kód s aritou a uzávěrem
- přidáním dostatku argumentů se funkce změní na thunk
- forcováním se thunk (občas) změní na data

Laziness je důsledkem oddělení aplikace funkcí a vlastního výpočtu.

Aby se funkce zbytečně nepočítaly víckrát než je potřeba, Haskell pro každý let-binding v kódu vygeneruje **pouze jeden thunk** při každém vstupu do scope.

Když nějaká část programu thunk poprvé spočítá, nahradí ho výsledkem, ten můžou dál používat i ostatní části programu.



Aby se funkce zbytečně nepočítaly víckrát než je potřeba, Haskell pro každý `let-binding` v kódu vygeneruje pouze jeden thunk při každém **vstupu do scope**.

Když nějaká část programu thunk poprvé spočítá, nahradí ho výsledkem, ten můžou dál používat i ostatní části programu.

Aby se funkce zbytečně nepočítaly víckrát než je potřeba, Haskell pro každý let-binding v kódu vygeneruje pouze jeden thunk při každém vstupu do scope.

Když nějaká část programu thunk poprvé spočítá, **nahradí** ho výsledkem, ten můžou dál používat i ostatní části programu.

Aby se funkce zbytečně nepočítaly víckrát než je potřeba, Haskell pro každý let-binding v kódu vygeneruje pouze jeden thunk při každém vstupu do scope.

Když nějaká část programu thunk poprvé spočítá, nahradí ho výsledkem, ten můžou dál používat i ostatní části programu.

Výsledek:

- Let-binding bez parametrů se vždycky vypočítá jen jednou
- Funguje  $fibs = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)$
- monomorphism restriction

## Odstranění implicitního scope: Lifting

Asembler, STG ani Cmm nemají scope. Lifting je jednoduchá transformace, která scope doplní:

$$\begin{aligned} \text{solutions } a \ b \ c &= \text{map } (/ (2 * a)) [-b + sD, -b - sD] \\ \text{where } sD &= \text{sqrt } (b * b - 4 * a * c) \end{aligned}$$

Doplnění argumentů:

$$\begin{aligned} \text{solutions } a \ b \ c &= \text{map } (/ (2 * a)) [-b + sD \ a \ b \ c, -b - sD \ a \ b \ c] \\ \text{where } sD \ a \ b \ c &= \text{sqrt } (b * b - 4 * a * c) \end{aligned}$$

Lift:

$$\begin{aligned} sD \ a \ b \ c &= \text{sqrt } (b * b - 4 * a * c) \\ \text{solutions } a \ b \ c &= \text{map } (/ (2 * a)) [-b + sD \ a \ b \ c, -b - sD \ a \ b \ c] \end{aligned}$$

Konverze na Continuation-Passing-Style:

$$sD\ a\ b\ c\ cont = cont\ (sqrt\ (b * b - 4 * a * c))$$
$$solutions\ a\ b\ c\ cont =$$
$$sD\ a\ b\ c\ \$\ \lambda d1 \rightarrow$$
$$map\ (/(2 * a))\ [-b + d1, -b - d1]\ cont$$

(*sqrt* a ostatní číselné operace považujeme za primitivní)

Continuation je víceméně jen pointer na kód.

- STG se (už poměrně jednoduše) převede na Cmm
  - Cmm je C s garbage collectorem, ale bez složitých typů a pořádných pointerů
- Cmm jde skompilovat podobně jako C na modul .o
- Výsledek se slinkuje s RTS, který doplní:
  - `main`
  - Cmm rutiny pro GC (alokaci apod.)
  - Cmm rutiny pro IO
  - implementaci spodních vrstev GHC.Prim

Modularizace funguje obdobně jako u C/C++:

- `.hs` odpovídá zdrojovému kódu `.c` a `.cpp`
- `.hi` odpovídá vygenerovaným hlavičkovým souborům
- `.o` odpovídá Cčkovému `.o`, jde předělat na `.so` nebo `.a` (případně `.dll` a `.lib`) a standardně linkovat

Typický problém: Změny v `.hi` (i špatné) se mohou propagovat do jiných `.hi`. (Tradiční řešení: `cabal nuke`)

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ ,    **flip** : \_



**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ ,    **flip** :  $\tau_1$

Axiom

Odvození

Substitute

---

–  $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$

–

## Bonus: použití STLC

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_3$

| Axiom | Odvození                                                                                                    | Substitute                           |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                       | –                                    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$ | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$ |

## Bonus: použití STLC

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_5$

| Axiom | Odvození                                                                                                                             | Substitute                           |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                | –                                    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                          | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$ | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$ |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_6 \rightarrow \tau_7$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                           |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$ |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_6 \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                           |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$ |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                    |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_6 \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                           |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$ |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$ |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                    |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                    |

## Bonus: použití STLC

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ ,    **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_6 \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                              |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$    |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                       |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                       |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_{10} \rightarrow \tau_{11} \wedge y : \tau_{10}$                                        | $\tau_{11} = \tau_8 \rightarrow \tau_9$ |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $\tau_2 \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_{10} \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                              |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$    |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$    |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                       |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                       |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_{10} \rightarrow \tau_{11} \wedge y : \tau_{10}$                                        | $\tau_{11} = \tau_8 \rightarrow \tau_9$ |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash y : \tau_6$                                                                                      | $\tau_6 = \tau_{10}$                    |



## Bonus: použití STLC

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $(\tau_{10} \rightarrow \tau_{11}) \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_{10} \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                                 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                          |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$       |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                          |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                          |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_{10} \rightarrow \tau_{11} \wedge y : \tau_{10}$                                        | $\tau_{11} = \tau_8 \rightarrow \tau_9$    |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash y : \tau_6$                                                                                      | $\tau_6 = \tau_{10}$                       |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_2$                                                                                      | $\tau_2 = \tau_{10} \rightarrow \tau_{11}$ |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ , **flip** :  $(\tau_{10} \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_9) \rightarrow \tau_8 \rightarrow \tau_{10} \rightarrow \tau_9$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                                 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                          |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$       |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                          |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                          |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_{10} \rightarrow \tau_{11} \wedge y : \tau_{10}$                                        | $\tau_{11} = \tau_8 \rightarrow \tau_9$    |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash y : \tau_6$                                                                                      | $\tau_6 = \tau_{10}$                       |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_2$                                                                                      | $\tau_2 = \tau_{10} \rightarrow \tau_{11}$ |

**flip** =  $(\lambda fxy.(fy)x)$ ,    **flip** :  $(\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$

| Axiom | Odvození                                                                                                                                        | Substitute                                 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| –     | $\vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_1$                                                                                                           | –                                          |
| (Abs) | $\{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_3, \vdash (\lambda fxy.(fy)x) : \tau_2 \rightarrow \tau_3$                                     | $\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_5, \{f : \tau_2\} \vdash (\lambda xy.(fy)x) : \tau_4 \rightarrow \tau_5$            | $\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$       |
| (Abs) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy)x : \tau_7, \{f : \tau_2, x : \tau_4\} \vdash (\lambda y.(fy)x) : \tau_6 \rightarrow \tau_7$ | $\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$       |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash (fy) : \tau_8 \rightarrow \tau_9 \wedge x : \tau_8$                                              | $\tau_7 = \tau_9$                          |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash x : \tau_4$                                                                                      | $\tau_4 = \tau_8$                          |
| (App) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_{10} \rightarrow \tau_{11} \wedge y : \tau_{10}$                                        | $\tau_{11} = \tau_8 \rightarrow \tau_9$    |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash y : \tau_6$                                                                                      | $\tau_6 = \tau_{10}$                       |
| (Var) | $\{f : \tau_2, x : \tau_4, y : \tau_6\} \vdash f : \tau_2$                                                                                      | $\tau_2 = \tau_{10} \rightarrow \tau_{11}$ |

## Curry-Howardova korespondence

---

Co vlastně znamená typ nějakého výrazu?

- Tradiční jazyky: Formát dat (zhruba)
- Funkcionální programování: jaký formát má  $\rightarrow$  ?

Motivační úkol: Napište funkci  $f$ , která má typ  $f :: a \rightarrow b$ .

Motivační úkol: Napište funkci  $f$ , která má typ  $f :: a \rightarrow b$ .

1. Dostanu  $a$ , zahodím ho, OK.

Motivační úkol: Napište funkci  $f$ , která má typ  $f :: a \rightarrow b$ .

1. Dostanu  $a$ , zahodím ho, OK.
2. Vyrobím nějaké  $b$ ?



Motivační úkol: Napište funkci  $f$ , která má typ  $f :: a \rightarrow b$ .

1. Dostanu  $a$ , zahodím ho, OK.

2. Vyroším nějaké  $b$ ?

$$(\lambda x \rightarrow 1) :: a \rightarrow \text{Integer} \not\equiv a \rightarrow b$$

$f :: a \rightarrow b$  znamená  $f :: \forall a. \forall b. a \rightarrow b$ . Program tímto slibuje, že bude umět vyrobit jakékoliv  $b$ .

Motivační úkol: Napište funkci  $f$ , která má typ  $f :: a \rightarrow b$ .

1. Dostanu  $a$ , zahodím ho, OK.

2. Vyroším nějaké  $b$ ?

$$(\lambda x \rightarrow 1) :: a \rightarrow \text{Integer} \not\equiv a \rightarrow b$$

$f :: a \rightarrow b$  znamená  $f :: \forall a. \forall b. a \rightarrow b$ . Program tímto slibuje, že bude umět vyrobit jakékoliv  $b$ .

Haskell-style řešení:

$$(\lambda _ \rightarrow \perp) :: p \rightarrow a$$

Použitím  $a \rightarrow b$  tvrdíme, že z věci s typem  $a$  umíme vyrobit věc s typem  $b$ .

Použitím  $a \rightarrow b$  **tvrdíme**, že z věci s typem  $a$  umíme vyrobit věc s typem  $b$ .

- $\rightarrow$  si můžeme představit jako logickou implikaci
- místo konjunkce  $a \wedge b$  použijeme typ n-tice  $(a, b)$
- místo disjunkce  $a \vee b$  použijeme *Either*  $a$   $b$

Např.: viditelně neplatí:

$$a \rightarrow (a, b) \quad a \implies (a \wedge b)$$

ale pokud nám někdo navíc dá způsob jak vyrábět  $b$  z  $a$ , může platit:

$$(a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow (a, b)) \quad (a \implies b) \implies (a \implies (a \wedge b))$$

**Curry-Howard: Program s typem  $t$  existuje právě, když je tvrzení odpovídající  $t$  dokazatelné v přirozené logice.**

$$(\lambda x \rightarrow (x, \perp)) :: a \rightarrow (a, b)$$

(program obsahuje chybu, tvrzení není dokázané)

$$(\lambda f x \rightarrow (x, f x)) :: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow (a, b))$$

(tvrzení je dokázané)

| Axiom logiky                                        | $\lambda$ -kalkulus                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Zeslabení<br>$(\phi \implies (\psi \implies \phi))$ | $\vdash K : \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$                                                                                                              |
| Substitute                                          | $S = (\lambda xyz.xz(yz))$<br>$\vdash S : (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$ |
| Modus ponens                                        | $\{A : \alpha \rightarrow \beta, B : \alpha\} \vdash AB : \beta$<br>$\vdash I : (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$                      |
| Hledání důkazu                                      | Inhabitace typu                                                                                                                                                       |

Extra korespondující tvrzení:

- Kombinováním axiomů lze sestavit jakékoliv tvrzení
- Kombinováním *SKI* lze sestavit jakýkoliv program (včetně Turingova stroje)



| Axiom logiky                                        | $\lambda$ -kalkulus                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Zeslabení<br>$(\phi \implies (\psi \implies \phi))$ | $\vdash K : \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$                                                                                                              |
| Substitute                                          | $S = (\lambda xyz.xz(yz))$<br>$\vdash S : (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$ |
| Modus ponens                                        | $\{A : \alpha \rightarrow \beta, B : \alpha\} \vdash AB : \beta$<br>$\vdash I : (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$                      |
| Hledání důkazu                                      | Inhabitace typu                                                                                                                                                       |

Extra korespondující tvrzení:

- Kombinováním axiomů lze sestavit jakékoliv tvrzení
- Kombinováním *SKI* lze sestavit jakýkoliv program (včetně Turingova stroje)

Chci dokázat:  $a \wedge (b \vee c) \implies (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

Chci dokázat:  $a \wedge (b \vee c) \implies (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

$p :: (a, \text{Either } b \ c) \rightarrow \text{Either } (a, c) \ (a, b)$

Chci dokázat:  $a \wedge (b \vee c) \implies (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

$p :: (a, \text{Either } b \ c) \rightarrow \text{Either } (a, c) \ (a, b)$

$p \ (a, e) = \text{case } e \text{ of } \text{Left } b \rightarrow \text{Right } (a, b)$   
 $\text{Right } c \rightarrow \text{Left } (a, c)$

Výhoda: prohledávání termů je algoritmicky poměrně jednoduché.

Hlavní implementace: Agda, Coq, HOL, Djinn

| Logika          | $\lambda$ -kalkulus         |
|-----------------|-----------------------------|
| True            | ()                          |
| False           | <i>Void</i>                 |
| $\neg a$        | $a \rightarrow \text{Void}$ |
| Spornost teorie | $\perp$                     |

Void nejde vyrobit, můžeme ho jen 'přeposlat' dál.

Pozor, v intuicionistické logice neplatí  $\neg\neg a = a$ !

| Logika          | $\lambda$ -kalkulus           |
|-----------------|-------------------------------|
| True            | $()$                          |
| False           | <i>Void</i>                   |
| $\neg a$        | $a \rightarrow \textit{Void}$ |
| Spornost teorie | $\perp$                       |

Void nejde vyrobit, můžeme ho jen 'přeposlat' dál.

Pozor, v intuicionistické logice neplatí  $\neg\neg a = a$ !

S trochou přidané magie jde vyrobit:

*throw* ::  $a \rightarrow \textit{Void}$

*catch* ::  $((a \rightarrow \textit{Void}) \rightarrow \textit{Void}) \rightarrow a$

- Funkce je důkazem existence datové transformace
- Kód funkce jde automaticky odvodit z typu
  - přesnější typ  $\implies$  méně validních implementací  
 $\implies$  méně chyb
  - implementaci podle dostatečně přesného typu může zařídit počítač (viz. Coq&Agda)
  - obecnější typ může být restriktivnější
- Je vhodné se podobně chovat i ke specifikacím dat  
(data mají typ  $\iff$  jsou validní)

## Co si z toho odnést?

- Funkce je důkazem existence datové transformace
- Kód funkce jde automaticky odvodit z typu
  - přesnější typ  $\implies$  méně validních implementací  
 $\implies$  méně chyb
  - implementaci podle dostatečně přesného typu může zařídit počítač (viz. Coq&Agda)
  - obecnější typ může být restriktivnější
- Je vhodné se podobně chovat i ke specifikacím dat  
(data mají typ  $\iff$  jsou validní)



Jak produkovat typově odolný kód:

1. psát generičtější funkce
2. používat specifictější datové typy (přesnější, 'těsné', 'tight')

Generické funkce fungují na víc dat (šetří kód), jejich typ je ale ve skutečnosti restriktivnější!

Specifictější data výrazně zjednodušují okolní program (je v něm méně ifů).

Typické nepřesné datové konstrukce:

- *null*-member místo více variant celého objektu
- seznamy místo  $n$ -tic nebo záznamů
- XML

Opačný problém: Kompilátor CakeML má (přesné) typy pro všech cca. 20 různých reprezentací mezikódu v pipeline.

- Výhoda: verifikovat ho je zábava na 10 minut
- Nevýhoda: Není rozumné psát skoro stejnou funkci pro 20 různých datových typů
- Řešení:

Opačný problém: Kompilátor CakeML má (přesné) typy pro všech cca. 20 různých reprezentací mezikódu v pipeline.

- Výhoda: verifikovat ho je zábava na 10 minut
- Nevýhoda: Není rozumné psát skoro stejnou funkci pro 20 různých datových typů
- Řešení: feature-based typové třídy poskytující generický přístup ke specifickým vlastnostem.
  - Např. *HasVars*, *Formattable*, ...
  - THIH:
    - $Type, Pred, Qual\ t, Scheme, Assump \in Types$
    - $Type, [a], Pred, Qual\ t \in Instantiate$
  - -XOverloadedRecords

## Optika, čočky a hranoly

---

**OOP** *universe · galaxy (milky) · sun · earth · matfyz · rooms [S4] ·  
molecules [23] · atom [0]     $\leadsto$  "N"*

**Haskell** *(head · atoms · (!!23) · molecules · (!!S4) · rooms · matfyz · earth · sun ·  
(!!milky) · galaxies) universe     $\leadsto$  "N"*

**OOP** *universe · galaxy (milky) · sun · earth · matfyz · rooms [S4] ·  
molecules [23] · atom [0]     $\leadsto$  "N"*

**Haskell** *(head · atoms · (!!23) · molecules · (!!S4) · rooms · matfyz · earth · sun ·  
(!!milky) · galaxies) universe     $\leadsto$  "N"*

**OOP** *universe · galaxy (milky) · sun · earth · matfyz · rooms [S4] ·  
molecules [23] · atom [1] = "Au"*

**Haskell** ☹

Vybírání podstruktur v OOP ve skutečnosti nevrací data, ale *reference*. Haskell jednoduché jazykové reference nemá. (*IORef* apod. se nepočítá)

Co s tím?



Vybírání podstruktur v OOP ve skutečnosti nevrací data, ale *reference*. Haskell jednoduché jazykové reference nemá. (*IORef* apod. se nepočítá)

Co s tím? Software engineering! Reference nasimulujeme.

**Co jde dělat s referencí?**

- get
- set
- vyrobit z ní subreferenci

Jaká funkcionální hodnota může mít všechny tyto vlastnosti najednou?

Co jde dělat s referencí? (přesněji)

- vybrat hluboce zanořenou část nějakého velkého objektu
- změnit část nějakého objektu
- skombinovat ji s jinou (sub)referencí a dostat hlubší referenci

Co jde dělat s referencí? (přesněji)

- **vybrat** hluboce zanořenou část nějakého velkého objektu
- **změnit** část nějakého objektu
- skombinovat ji s jinou (sub)referencí a dostat hlubší referenci

První pokus:

```
data Ref big small = Ref
  { view :: big → small
  , over :: (small → small) → (big → big)
  }
```

**data** *Ref big small* = *Ref*

{ *view* :: *big* → *small*, *over* :: (*small* → *small*) → (*big* → *big*) }

**data** *Dva a* = *Dva a a* **deriving** *Show*

*x* = *Ref* (λ(*Dva a* \_) → *a*) (λ*f* (*Dva a b*) → *Dva* (*f a*) *b*)

*y* = *Ref* (λ(*Dva* \_ *b*) → *b*) (λ*f* (*Dva a b*) → *Dva a* (*f b*))

*t* = *Dva* 1 2

*view x t*     $\rightsquigarrow$  1

*over y* (+1) *t*     $\rightsquigarrow$  *Dva* 1 3

*set x v* = *over x* (*const v*)

*set x* 5 *t*     $\rightsquigarrow$  *Dva* 5 2

$$(Ref\ v1\ o1)\ 'sub'\ (Ref\ v2\ o2) = \\ Ref\ (v2 \cdot v1)\ (o1 \cdot o2)$$

$$t = Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4)$$

$$: t\ x\ 'sub'\ y \rightsquigarrow Ref\ (Dva\ (Dva\ b))\ b$$

$$view\ (x\ 'sub'\ y)\ t \rightsquigarrow 2$$

$$over\ (x\ 'sub'\ y)\ (*10)\ t \rightsquigarrow Dva\ (Dva\ 1\ 20)\ (Dva\ 3\ 4)$$

$$set\ r\ x = over\ r\ (const\ x)$$

$$set\ (x\ 'sub'\ y)\ 1234\ t \rightsquigarrow Dva\ (Dva\ 1\ 1234)\ (Dva\ 3\ 4)$$

- Všichni jsou zvyklí na tečku! Chceme  $x \cdot y \cdot x$
- Co takhle něco lepšího než tradiční OOP?
  - Jak správně udělat referenci na objekt, který nemusí být k dispozici?  
*left :: Ref (Either a b) a ?*
  - Nejde udělat referenci na víc objektů, podobně ve vektorových jazycích?  
Clamp v Rku:  $x [x < 0] = 0$ ;  $x [x > 1] = 1$ ;
  - Co když chceme změnit typ uvnitř velkého objektu?

- Všichni jsou zvyklí na tečku! Chceme  $x \cdot y \cdot x$
- Co takhle něco lepšího než tradiční OOP?
  - Jak správně udělat referenci na objekt, který nemusí být k dispozici?  
 $left :: Ref\ (Either\ a\ b)\ a\ ?$
  - Nejde udělat referenci na víc objektů, podobně ve vektorových jazycích?  
Clamp v Rku:  $x\ [x < 0] = 0; x\ [x > 1] = 1;$
  - Co když chceme změnit typ uvnitř velkého objektu?

Začneme tím složitějším.

Pozn.: Protože *Ref big small* reprezentuje ‘zvětšení’ operace na malém objektu, říká se jí *Lens*.

Máme:

$$(\cdot) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

Chceme:

$$(\cdot) :: \text{Lens } x \ y \rightarrow \text{Lens } y \ z \rightarrow \text{Lens } x \ z$$

Lens tedy musí být funkce:

$$\text{type Lens } a \ b = \_ \rightarrow \_$$

Zároveň víme:

$$\text{set}' :: (\_ \rightarrow \_) \rightarrow (b \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow a)$$

$$\text{get}' :: (\_ \rightarrow \_) \rightarrow (b \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b)$$

Z jakého  $(\_ \rightarrow \_)$  jde jednoduše udělat *get* i *set*?



Pokračujeme:

$$(\cdot) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

$$(\cdot) :: \text{Lens } x \ y \rightarrow \text{Lens } y \ z \rightarrow \text{Lens } x \ z$$

Pořadí parametrů musí odpovídat

$$\text{Lens } big \ small = \text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big$$

tj. čočka jako funkce konvertuje 'Něco pracující s částí' na 'Něco pracující s celkem'.

Pokračujeme:

$$(\cdot) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

$$(\cdot) :: \text{Lens } x \ y \rightarrow \text{Lens } y \ z \rightarrow \text{Lens } x \ z$$

Pořadí parametrů musí odpovídat

$$\text{Lens } big \ small = \text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big$$

tj. čočka jako funkce konvertuje 'Něco pracující s částí' na 'Něco pracující s celkem'.

Takovou funkci potřebujeme použít v:

$$set' :: (\text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big) \rightarrow (small \rightarrow small) \rightarrow (big \rightarrow big)$$

$$get' :: (\text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big) \rightarrow (small \rightarrow small) \rightarrow (big \rightarrow small)$$

Pokračujeme:

$$(\cdot) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

$$(\cdot) :: \text{Lens } x \ y \rightarrow \text{Lens } y \ z \rightarrow \text{Lens } x \ z$$

Pořadí parametrů musí odpovídat

$$\text{Lens } big \ small = \text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big$$

tj. čočka jako funkce konvertuje 'Něco pracující s částí' na 'Něco pracující s celkem'.

Takovou funkci potřebujeme použít v:

$$set' :: (\text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big) \rightarrow (small \rightarrow small) \rightarrow (big \rightarrow \textcolor{red}{big})$$

$$get' :: (\text{Neco } small \rightarrow \text{Neco } big) \rightarrow (small \rightarrow small) \rightarrow (big \rightarrow \textcolor{red}{small})$$

*Neco big* očividně musí být konvertovatelné na *small* i *big*!

Za cenu drobného zkomplikování interface můžeme dovnitř vrazit nějakou (parametrizovatelnou) dekoraci:

**type** *Neco* *a* = *a* → *Dekorace* *a*

*set'* :: ((*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)) → (*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)

*get'* :: ((*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)) → (*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)

Uživatel dodá funkce pracující s dekorací, tu si nakonec sám odstraní.

Za cenu drobného zkomplikování interface můžeme dovnitř vrazit nějakou (parametrizovatelnou) dekoraci:

**type** *Neco* *a* = *a* → *Dekorace* *a*

*set'* :: ((*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)) → (*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)

*get'* :: ((*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)) → (*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)

Uživatel dodá funkce pracující s dekorací, tu si nakonec sám odstraní. Potřebujeme, aby po odstranění dekorace platilo:

*Set small*     $\rightsquigarrow$  *small*

*Set big*        $\rightsquigarrow$  *big*

*Get small*     $\rightsquigarrow$  *small*

*Get big*        $\rightsquigarrow$  *small*

Za cenu drobného zkomplikování interface můžeme dovnitř vrazit nějakou (parametrizovatelnou) dekoraci:

**type** *Neco* *a* = *a* → *Dekorace a*

*set'* :: ((*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)) → (*small* → *Set small*) → (*big* → *Set big*)

*get'* :: ((*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)) → (*small* → *Get small*) → (*big* → *Get big*)

Uživatel dodá funkce pracující s dekorací, tu si nakonec sám odstraní. Potřebujeme, aby po odstranění dekorace platilo:

*Set small*     $\rightsquigarrow$  *small*

*Set big*       $\rightsquigarrow$  *big*

*Get small*     $\rightsquigarrow$  *small*

*Get big*       $\rightsquigarrow$  *small*

*id*      *S*     $\rightsquigarrow$  *S*

*id*      *B*     $\rightsquigarrow$  *B*

*const S S*     $\rightsquigarrow$  *S*

*const S B*     $\rightsquigarrow$  *S*

**Vorsicht  
Funktor**

**2 m Abstand halten**

$runIdentity :: Identity\ small \rightarrow small$

$runIdentity :: Identity\ big \rightarrow big$

$getConst :: (Const\ small)\ small \rightarrow small$

$getConst :: (Const\ small)\ big \rightarrow small$

Dostávame:

$set' :: ((small \rightarrow Identity\ small) \rightarrow (big \rightarrow Identity\ big)) \rightarrow (small \rightarrow Identity\ small) \rightarrow (big \rightarrow Identity\ big)$

$set' = id$

$get' :: ((small \rightarrow Const\ small\ small) \rightarrow (big \rightarrow Const\ small\ big)) \rightarrow (small \rightarrow Const\ small\ small) \rightarrow (big \rightarrow Const\ small\ big)$

$get' = id$

$over\ lens\ f = runIdentity \cdot lens\ (Identity \cdot f)$

$view\ lens\ f = getConst \cdot lens\ (Const \cdot f)$



Naivní reference:

```
data Ref b s = { view :: b → s,  
                  over :: (s → s) → (b → b) }
```

Problémy:

- Co když někdo vymyslí třetí operaci?
- Co když chceme referovat na víc prvků?
- Redundantní implementace 'vybrání prvku' ve *view* i *over*

Funktorová reference:

$$\text{Lens } b \ s :: \forall f. \text{Functor } f \Rightarrow \\ (s \rightarrow f \ s) \rightarrow b \rightarrow f \ b$$

- Implementuje jedinou operaci  $b \rightarrow (s, s \rightarrow b)$
- Pipeline:  $b \rightarrow s \rightarrow f \ s \rightarrow f \ b$
- Konkrétní operace se vybere pomocí dodaného funktoru  
 $\text{Identity } b \equiv b, (\text{Const } s) \ b \equiv s$
- Další operace jde implementovat libovolným dalším funktorem

Jak vypadá implementace čočky?

$$\text{Lens } big \ small :: \forall f. \text{Functor } f \Rightarrow (small \rightarrow f \ small) \rightarrow big \rightarrow f \ big$$

- dostane funkci, která malou ‘součást’ něčím obalí
- má vyrobit funkci, která umí tím samým obalit velký ‘celek’
- moc typově validních implementací nemáme:
  1. celek dostaneme (jako parametr typu *big*)
  2. z celku vyřízneme část typu *small*
  3. *small* si můžeme nechat obalit na *f small*
  4. z *f small* chceme udělat *f big*, ale umíme jen *small*  $\rightarrow$  *big*
  5. když je *f* funktor, můžeme to udělat pomocí *fmap*

Lens jde takto triviálně vyrobit z getteru a setteru.

Jak vypadá implementace čočky?

$$\text{Lens } big \ small :: \forall f. \text{Functor } f \Rightarrow (small \rightarrow f \ small) \rightarrow big \rightarrow f \ big$$

- dostane funkci, která malou ‘součást’ něčím obalí
- má vyrobit funkci, která umí tím samým obalit velký ‘celek’
- moc typově validních implementací nemáme:
  1. celek dostaneme (jako parametr typu *big*)
  2. **z celku vyřízneme část typu *small***
  3. *small* si můžeme nechat obalit na *f small*
  4. z *f small* chceme udělat *f big*, ale umíme jen *small*  $\rightarrow$  *big*
  5. když je *f* funktor, můžeme to udělat pomocí *fmap*

Lens jde takto triviálně vyrobit z **getteru** a setteru.

Jak vypadá implementace čočky?

$$\text{Lens } big \ small :: \forall f. \text{Functor } f \Rightarrow (small \rightarrow f \ small) \rightarrow big \rightarrow f \ big$$

- dostane funkci, která malou ‘součást’ něčím obalí
- má vyrobit funkci, která umí tím samým obalit velký ‘celek’
- moc typově validních implementací nemáme:
  1. celek dostaneme (jako parametr typu *big*)
  2. z celku vyřízneme část typu *small*
  3. *small* si můžeme nechat obalit na *f small*
  4. *z f small chceme udělat f big, ale umíme jen small → big*
  5. když je *f* funktor, můžeme to udělat pomocí *fmap*

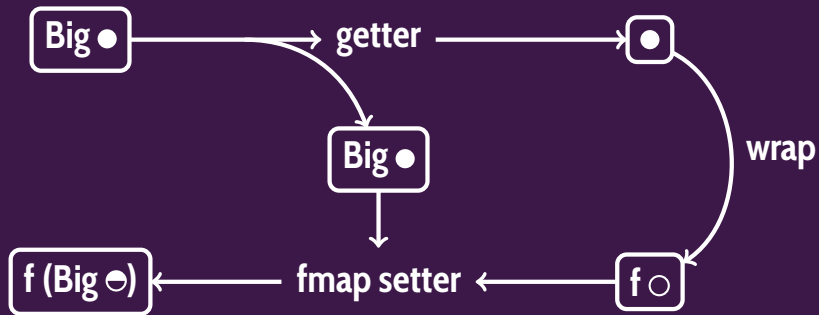
Lens jde takto triviálně vyrobit z getteru a *setteru*.

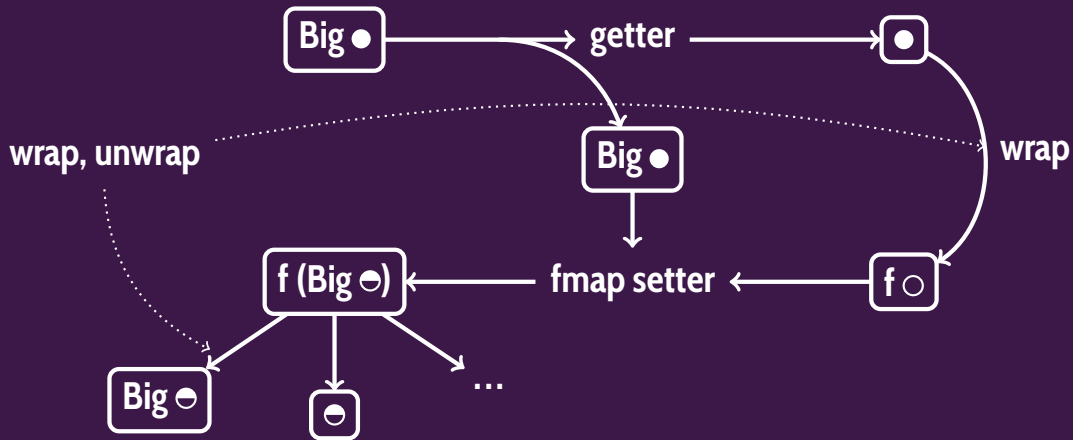
Jak vypadá implementace čočky?

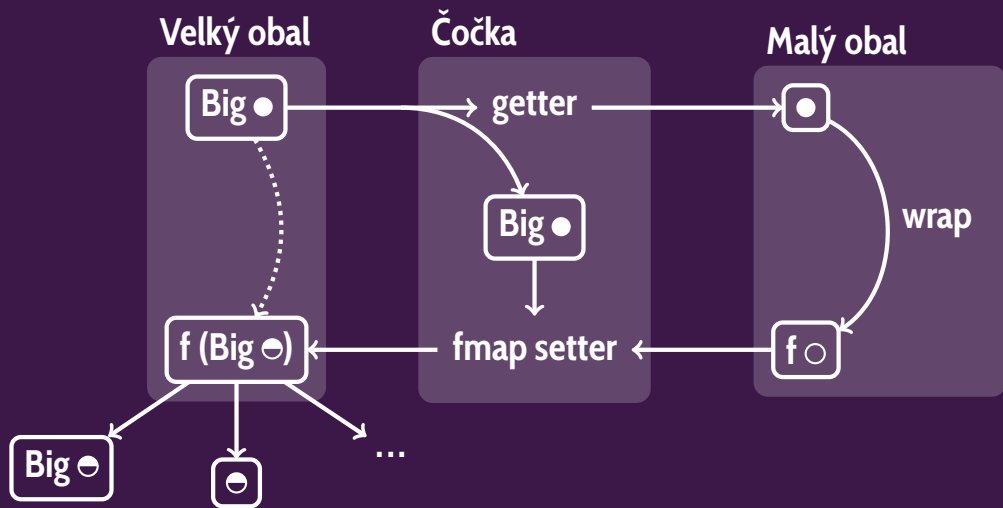
$$\text{Lens } big \ small :: \forall f. \text{Functor } f \Rightarrow (small \rightarrow f \ small) \rightarrow big \rightarrow f \ big$$

- dostane funkci, která malou ‘součást’ něčím obalí
- má vyrobit funkci, která umí tím samým obalit velký ‘celek’
- moc typově validních implementací nemáme:
  1. celek dostaneme (jako parametr typu *big*)
  2. z celku vyřízneme část typu *small*
  3. *small* si můžeme nechat obalit na *f small*
  4. z *f small* chceme udělat *f big*, ale umíme jen *small*  $\rightarrow$  *big*
  5. když je *f* funktor, můžeme to udělat pomocí *fmap*

Lens jde takto triviálně vyrobit z getteru a setteru.









Celkový typ čočky (potřebuje `-XRankNTypes`):

$$\mathbf{type\ Lens\ } a\ b = \forall f. \mathbf{Functor\ } f \Rightarrow (b \rightarrow f\ b) \rightarrow (a \rightarrow f\ a)$$

Jak vypadá funktorový lens?

$$x :: \mathbf{Lens\ } (Dva\ a)\ a$$
$$x :: \mathbf{Functor\ } f \Rightarrow (a \rightarrow f\ a) \rightarrow (Dva\ a \rightarrow f\ (Dva\ a))$$
$$x\ wrap\ (Dva\ a\ b) = fmap\ (\lambda a' \rightarrow Dva\ a'\ b)\ \$\ wrap\ a$$
$$y\ wrap\ (Dva\ a\ b) = fmap\ (\lambda b' \rightarrow Dva\ a\ b')\ \$\ wrap\ b$$

Genericky z getteru a setteru:

$$lens :: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow a) \rightarrow \mathbf{Lens\ } a\ b$$
$$lens\ getter\ setter\ wrap\ a = fmap\ (setter\ a)\ \$\ wrap\ (getter\ a)$$

Typový úspěch:

$(\cdot) :: \text{Functor } f$

$\Rightarrow ((b \rightarrow f\ b) \rightarrow (a \rightarrow f\ a))$

$\rightarrow ((c \rightarrow f\ c) \rightarrow (b \rightarrow f\ b))$

$\rightarrow ((c \rightarrow f\ c) \rightarrow (a \rightarrow f\ a))$

$(\cdot) :: \text{Lens } a\ b \rightarrow \text{Lens } b\ c \rightarrow \text{Lens } a\ c$

( $a, b$  jsou v definici *Lens* prohozené!)

Tradičně k dispozici:

$$\text{set} :: \text{Lens } a \ b \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow a$$
$$\text{set } l \ v = \text{runIdentity} \cdot l \ (\text{Identity} \cdot \text{const } v)$$
$$\text{over} :: \text{Lens } a \ b \rightarrow (b \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow a$$
$$\text{over } l \ f = \text{runIdentity} \cdot l \ (\text{Identity} \cdot f)$$
$$\text{view} :: \text{Lens } a \ b \rightarrow a \rightarrow b$$
$$\text{view } l = \text{getConst} \cdot l \ \text{Const}$$

$set\ x :: b \rightarrow Dva\ b \rightarrow Dva\ b$

$over\ (x \cdot y)\ (+1) :: Num\ b \Rightarrow Dva\ (Dva\ b) \rightarrow Dva\ (Dva\ b)$

$view\ (x \cdot y \cdot x) :: Dva\ (Dva\ (Dva\ b)) \rightarrow b$

Příjemný bonus: Lensy se skládají v přirozenějším pořadí

$set\ (x \cdot y)\ 10\ (Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4))$

$\leadsto Dva\ (Dva\ 1\ 10)\ (Dva\ 3\ 4)$

$$\text{set } x :: b \rightarrow \text{Dva } b \rightarrow \text{Dva } b$$
$$\text{over } (x \cdot y) (+1) :: \text{Num } b \Rightarrow \text{Dva } (\text{Dva } b) \rightarrow \text{Dva } (\text{Dva } b)$$
$$\text{view } (x \cdot y \cdot x) :: \text{Dva } (\text{Dva } (\text{Dva } b)) \rightarrow b$$

Příjemný bonus: Lensy se skládají v přirozenějším pořadí

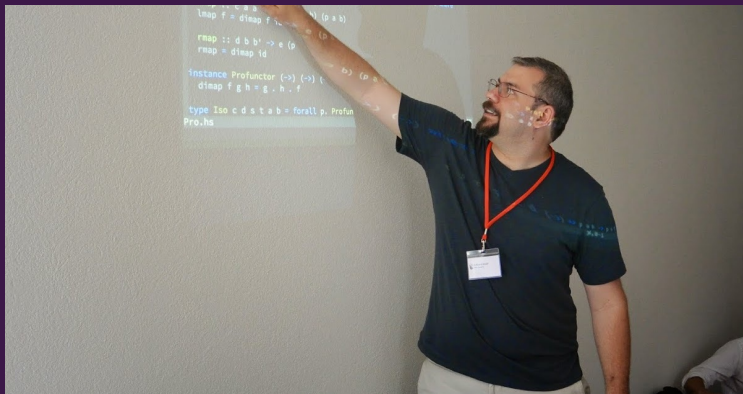
$$\text{set } (x \cdot y) 10 (\text{Dva } (\text{Dva } 1 \ 2) (\text{Dva } 3 \ 4))$$
$$\leadsto \text{Dva } (\text{Dva } 1 \ 10) (\text{Dva } 3 \ 4)$$

Původce: Twan van Laarhoven (2009)

 <https://www.twanvl.nl/blog/haskell/cps-functional-references>



## Edward Kmett (import Control.Lens)



“**`newtype PlanT k i o m a = PlanT { runPlanT ::  $\forall r. (a \rightarrow m\ r) \rightarrow (o \rightarrow m\ r \rightarrow m\ r) \rightarrow (\forall z. (z \rightarrow m\ r) \rightarrow k\ i\ z \rightarrow m\ r \rightarrow m\ r) \rightarrow m\ r \rightarrow m\ r$  } is a monad I actually use.`**”

Problémy:

- *allItems* :: *Lens* [a] \_
- *left* :: *Lens* (Either a b) \_

Problémy:

- *allItems* :: *Lens* [*a*] \_
- *left* :: *Lens* (*Either a b*) \_

Konceptům se říká **Traversal** a Prism.

Pro implementaci pokročilých čoček je (občas) potřeba použít ještě generičtější typy. Intuice z jednoduchého funktorového *Lens* ale platí.



Problémy:

- *allItems* :: *Lens* [*a*] \_
- *left* :: *Lens* (*Either a b*) \_

Konceptům se říká Traversal a **Prism**.

Pro implementaci pokročilých čoček je (občas) potřeba použít ještě generičtější typy. Intuice z jednoduchého funktorového *Lens* ale platí.

Pokud chceme optiku aplikovat na víc věcí, musí funktor podporovat možnost spojovat obaly.

Tradičním řešením je *Applicative*:

**data** *Dva* *a* = *Dva* *a* *a* **deriving** *Show*

*oba* *ff* (*Dva* *a* *b*) = *Dva*  $\langle \$ \rangle$  *ff* *a*  $\langle * \rangle$  *ff* *b*

Výsledky vypadají zajímavě:

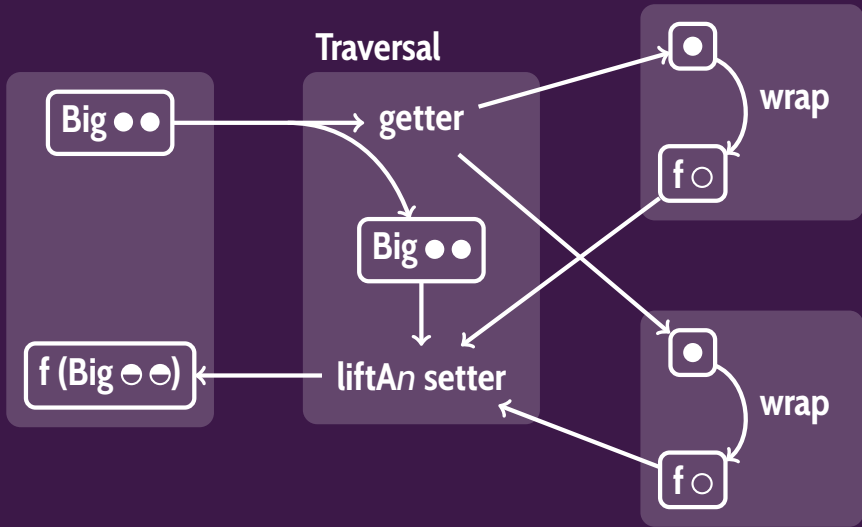
*a* = *Dva* (*Dva* 1 2) (*Dva* 3 4)

*set* *oba* 5 *a*  $\rightsquigarrow$  *Dva* 5 5

*set* (*oba* · *x*) 5 *a*  $\rightsquigarrow$  *Dva* (*Dva* 5 2) (*Dva* 5 4)

*set* (*x* · *oba*) 5 *a*  $\rightsquigarrow$  *Dva* (*Dva* 5 5) (*Dva* 3 4)

*over* (*oba* · *y*) (+10) *a*  $\rightsquigarrow$  *Dva* (*Dva* 1 12) (*Dva* 3 14)



```
:t view oba
```

`:t view oba`

*view oba :: Monoid c  $\Rightarrow$  Dva c  $\rightarrow$  c*

**kde se tedy vzal monoid?**

*view oba :: Monoid c  $\Rightarrow$  Dva c  $\rightarrow$  c*

Důvod je v definici aplikativní instance *Const*:

**instance** *Monoid b  $\Rightarrow$  Applicative (Const b)*

Použití:

*view oba (Dva (Sum 1) (Sum 2))*

$\leadsto$  *Sum {getSum = 3}*

*view oba (Dva [1, 2] [3, 4])*

$\leadsto$  *[1, 2, 3, 4]*

Překvapivě, *traverse* je traversal pro všechno traverzovatelné:

$$\begin{aligned} \text{traverse} &:: (\text{Applicative } f, \text{Traversable } t) \Rightarrow \\ & (a \rightarrow f b) \rightarrow (t a \rightarrow f (t b)) \end{aligned}$$

(typ je jen o trochu košatější, než u *Lens*  $a b$ )

$$\begin{aligned} \text{over } (\text{traverse} \cdot \gamma) \ (+1) \ [Dva\ 1\ 2, Dva\ 3\ 4] \\ \rightsquigarrow [Dva\ 1\ 3, Dva\ 3\ 5] \end{aligned}$$

$$\text{listOf } l = \text{getConst} \cdot l \ (\lambda x \rightarrow \text{Const } [x])$$

$$\begin{aligned} \text{listOf } oba \$ Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4) \\ \rightsquigarrow [Dva\ 1\ 2, Dva\ 3\ 4] \end{aligned}$$

$$\text{listOf } (oba \cdot \gamma) \$ Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4) \rightsquigarrow [2, 4]$$

$$\text{listOf } (\gamma \cdot oba) \$ Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4) \rightsquigarrow [3, 4]$$

SQL cvičení:

*ident*  $ff\ s = ff\ s$  -- nic nedělá

*ignored*  $ff\ s = pure\ s$  -- zabrání změnám

*filtered*  $cond\ f\ s = \text{if } cond\ s \text{ then } f\ s \text{ else } pure\ s$

*over*  $(oba \cdot oba \cdot filtered\ even)\ ('div'2)\ \$\ Dva\ (Dva\ 1\ 2)\ (Dva\ 3\ 4)$

$\rightsquigarrow Dva\ (Dva\ 1\ 1)\ (Dva\ 3\ 2)$



*Iso* je čočka měnící reprezentaci (název podle izomorfismu).

$asString :: (Show\ a, Read\ a) \Rightarrow Lens\ a\ String$

$asString\ ff\ a = fmap\ read\ \$\ ff\ (show\ a)$

$set\ (oba \cdot asString \cdot traverse \cdot filtered\ (\equiv\ '3'))\ '5'\ \$\ Dva\ 103\ 430$   
 $\leadsto Dva\ 105\ 450$

(bez explicitního typu *asString* neví, že má vrátit to samé *a*)

*Prism* je speciální případ *Traversal*, který matchne maximálně jednu hodnotu.

- *view* nemusí nevyžadovat monoidnost, stačí *preview* s *Maybe* (implementace pomocí funktoru *First*)
- jde obrátit (*review*, *re*)

Praktická definice pro implementaci: *Iso* totální jen v jednom směru.

*preview \_Right (Right 5)     $\rightsquigarrow$  Just 5*

*preview \_Right (Left 5)     $\rightsquigarrow$  Nothing*

*view (re \_Right) 3     $\rightsquigarrow$  Right 3*

*review \_Right 3     $\rightsquigarrow$  Right 3*

*preview (prefixed "tele") "teleskop"     $\rightsquigarrow$  Just "skop"*

*preview (prefixed "tele") "pomeranc"     $\rightsquigarrow$  Nothing*

*review (prefixed "tele") "graf"     $\rightsquigarrow$  "telegraf"*

*over (prefixed "tele") reverse "telegraf"     $\rightsquigarrow$  "telefarg"*

*over (prefixed "tele") reverse "mrkev"     $\rightsquigarrow$  "mrkev"*

Intuice: Prism generalizuje datový konstruktor a pattern match.

Optika je implementovaná v *Control.Lens*.

Bonusy:

- TemplateHaskell
- Fajn operátory

Alternativní knihovny:

- *Lens.Micro* (méně funkcí, výrazně menší bloat)
- *Optics.Optic* (jednodušší encoding, mírnější typy, nespojuje se tečkou)
- *Prolens* (encoding v profunktorech, trochu ostřejší typy, lepší rychlost, zatím žádný bloat a prakticky žádné funkce)

# HOW MANY LEVELS OF LENSES ARE YOU ON?



```
obj.getter()
obj.setters()
```



```
get: s -> a
set: a -> s -> s
```



```
type Lens s a =
  Vf. Functor f
=> (a -> f a)
-> (s -> f s)
```



```
type Lens s t a b =
  Vp. Strong p
=> p a b
-> p s t
```

TemplateHaskellem je možné automaticky vyrobit optiku pro ADT:

```
{-# LANGUAGE TemplateHaskell #-}  
  
import Control.Lens  
  
data Dva a = Dva { _x :: a, _y :: a } deriving Show  
makeLenses    '' Dva  
  
x :: Functor f => (a -> f a) -> Dva a -> f (Dva a)  
y :: Functor f => (a -> f a) -> Dva a -> f (Dva a)
```

(podtržítka jsou konvence)

Kolize jmen se řeší pomocí typových tříd:

```
{-# LANGUAGE TemplateHaskell #-}  
{-# LANGUAGE FlexibleInstances #-}  
{-# LANGUAGE FunctionalDependencies #-}
```

```
import Control.Lens
```

```
data Dva a = Dva {_dvaX :: a, _dvaY :: a}
```

```
makeFields    '' Dva
```

```
data Three a = Three {_threeX :: a, _threeY :: a, _threeZ :: a}
```

```
makeFields    '' Three
```

```
x :: (Functor f, HasX s a) => (a -> f a) -> s -> f s
```

(podtržítka s názvem konstrukturu jsou konvence)

**Následuje náhodná přehlídka užitečných lensových konstrukcí.**



| prefix   | infix         | State      |
|----------|---------------|------------|
| view     | ^ .           |            |
| set      | . ~           | . =        |
| over     | % ~           | % =        |
| toListOf | ^ . .         |            |
| preview  | ^ ?           |            |
|          | + ~, - ~, * ~ | +=, -=, *= |

Pomůcka: & je obrácený \$.

```
(0, 1, 0, 1, 0, 1) & _1 .~ 7  
    & _2 %~ (5*)  
    & _3 .~ (-1)  
    & _4 .~ "orange"  
    & _5 +~ 2  
    & _6 *~ 3  
~> (7, 5, -1, "orange", 2, 3)
```

```
runPhysics :: State SomeWorld ()  
runPhysics dT =  
    zoom (gameObjects . actors) $  
        do Vec x y ← use (player . speed)  
            player . position . x += dT * x  
            player . position . y += dT * y
```



```
import Data.Aeson.Lens
```

Prismy místo (ošklivých) patternmatchů:

```
"[1, \"x\"]" ^? nth 0 • _Number
  ~> Just 1.0
```

```
"[1, \"x\"]" ^? nth 1 • _Number
  ~> Nothing
```

```
"[10.5]" ^? nth 0 • _Integer
  ~> Just 10
```

```
"[{\"x\":1, \"y\":2}, {\"x\":3, \"y\":[]}] "
  ^.. values • members • _Integer
  ~> [1, 2, 3]
```

```
"[{\"x\":1, \"y\":2}, {\"x\":3, \"y\":4}] "
  ^.. values • key "x" • _Double
  ~> [1.0, 3.0]
```

```
import Control.Lens.Indexed
import Control.Lens.Combinators
```

Indexované lensy obsahují 'skrytý' index který jde později použít.

```
[ 'a' .. 'z' ] ^.. itraversed . filtered (∈ "hello")
  ~> "ehlo"
[ 'a' .. 'z' ] ^.. itraversed . filtered (∈ "hello") . withIndex
  ~> [(4, 'e'), (7, 'h'), (11, 'l'), (14, 'o')]
[ 'a' .. 'z' ] ^.. itraversed . indices odd
  ~> "bdfhjlnprtvxz"
```

Fajn pomůcky:

```
has (element 10) [1, 2, 3]  ~> False
is _Left (Right 5)          ~> False
hasn't _Left (Right 5)      ~> True
```

```
"Some random words" & worded
  %~ show . length
  ~> "4 6 5"
"AAAAARGGG!" & _tail . mapped
  %~ toLower
  ~> "Aaaaarggg!"
```

## Transformujeme monády

---

Co když chceme monádu, která umí:

- State (*put, get, ...*) a IO (*print*)?
- Parsec + IO?
- IO + Either?
- State + IO + seznamový nedeterminismus? (a.k.a. prolog)

Software engineering: Naprogramujeme všechny kombinace!

Co když chceme monádu, která umí:

- State (*put, get, ...*) a IO (*print*)?
- Parsec + IO?
- IO + Either?
- State + IO + seznamový nedeterminismus? (a.k.a. prolog)

Software engineering: Naprogramujeme **všechny kombinace!**



**Při výrobě nové monády dostanu  $2^n$  nových kombinací!**

Nešly by existující monády kombinovat nějak jednoduše?

Příklad IO s možností selhat (*Maybe* + *IO*):

```
newtype MaybeIO a =  
    MaybeIO { runMaybeIO :: IO (Maybe a) }  
  
instance Functor MaybeIO where  
    fmap f (MaybeIO m) = MaybeIO $ fmap (fmap f) m  
  
instance Applicative MaybeIO where  
    pure = MaybeIO . pure . Just  
    MaybeIO a <*> MaybeIO b = MaybeIO $  
        a >>= maybe (return Nothing)  
                    ((<$>b) . fmap)
```

NB.: aplikativní instance je mírně asymetrická.

```
instance Monad MaybeIO where
  return = pure
  MaybeIO a >>= f = MaybeIO $
    a >>= maybe (return Nothing)
                (runMaybeIO . f)
```

Jak použít MaybelO?

$$\text{runMaybelO} :: \text{MaybelO } a \rightarrow \text{IO } (\text{Maybe } a)$$

Jak vyvolat IO akci:

$$\text{liftIO} :: \text{IO } a \rightarrow \text{MaybelO } a$$
$$\text{liftIO } io = \text{MaybelO } (\text{return } \langle \$ \rangle io)$$

Jak vyvolat Maybe 'akci':

$$\text{failMIO} :: \text{MaybelO } a$$
$$\text{failMIO} = \text{MaybelO } (\text{return } \text{Nothing})$$

```
io = liftIO  
main = runMaybelO $ do  
  io $ putStrLn "daj cislo"  
  a ← io (readLn :: IO Float)  
  if a < 0 then failMIO  
    else io $ putStrLn "jde odmocnit!"  
  io · print $ sqrt a
```

Pozorování: Nepoužili jsme nic specifického pro IO! Můžeme generalizovat pro všechny “obalené” monády.

```
newtype MaybeT m a =  
    MaybeT {runMaybeT :: m (Maybe a)}  
  
instance Functor m  $\Rightarrow$  Functor (MaybeT m) where  
    fmap f = MaybeT  $\cdot$  fmap (fmap f)  $\cdot$  runMaybeT  
  
instance Monad m  $\Rightarrow$  Applicative (MaybeT m) where  
    pure = MaybeT  $\cdot$  pure  $\cdot$  Just  
    MaybeT a  $\langle*$  MaybeT b = MaybeT $  
        a  $\gg=$  maybe (return Nothing)  
            ((( $\langle$ $)b)  $\cdot$  fmap)
```

Pozorování: Nepoužili jsme nic specifického pro IO! Můžeme generalizovat pro všechny “obalené” monády.

```
newtype MaybeT m a =  
    MaybeT {runMaybeT :: m (Maybe a)}  
  
instance Functor m  $\Rightarrow$  Functor (MaybeT m) where  
    fmap f = MaybeT  $\cdot$  fmap (fmap f)  $\cdot$  runMaybeT  
  
instance Monad m  $\Rightarrow$  Applicative (MaybeT m) where  
    pure = MaybeT  $\cdot$  pure  $\cdot$  Just  
    MaybeT a  $\langle * \rangle$  MaybeT b = MaybeT $  
        a  $\gg=$  maybe (return Nothing)  
            (( $\langle \$ \rangle$  b)  $\cdot$  fmap)
```

```
instance Monad m => Monad (MaybeT m) where
  return = pure
  MaybeT a >>= f = MaybeT $
    a >>= maybe (return Nothing)
                (runMaybeT . f)
```



```
class MonadTrans t where  
    lift :: Monad m => m a -> t m a  
  
instance MonadTrans MaybeT where  
    lift = MaybeT . fmap Just
```



I AM ONCE AGAIN ASKING YOU FOR A LIFT

@impurepics

Pamatovat si o kolik úrovní níž je v monádovém stacku zastrčené IO: nuda.

```
class Monad m  $\Rightarrow$  MonadIO m where
```

```
    liftIO :: IO a  $\rightarrow$  m a
```

```
instance MonadIO IO where
```

```
    liftIO = id
```

```
instance (MonadIO m, MonadTrans t)
```

```
     $\Rightarrow$  MonadIO (t m) where
```

```
    liftIO = lift . liftIO
```

(tato implementace je naivní a ilustrativní)

Zjednodušení: `putStrLn :: MonadIO m  $\Rightarrow$  String  $\rightarrow$  m ()`

Samozřejmě existují *StateT*, *ReaderT*, *EitherT*, ...

Operace pro práci s monádou jsou typicky přetížené i pro transformované varianty, např v knihovně `mtl`:

```
class Monad m  $\Rightarrow$  MonadState s m | m  $\rightarrow$  s where
```

```
  get :: m s
```

```
  put :: s  $\rightarrow$  m ()
```

```
  state :: (s  $\rightarrow$  (a, s))  $\rightarrow$  m a
```

```
class (Monoid w, Monad m)
```

```
   $\Rightarrow$  MonadWriter w m | m  $\rightarrow$  w where
```

```
  tell :: w  $\rightarrow$  m ()
```

```
class Monad m  $\Rightarrow$  MonadError e m | m  $\rightarrow$  e where
```

```
  throwError :: e  $\rightarrow$  m a
```

```
  catchError :: m a  $\rightarrow$  (e  $\rightarrow$  m a)  $\rightarrow$  m a
```

Typické knihovny na monádové stacky jsou 2:

- `mtl` — starší, postavená z víceparametrových typových tříd
- `transformers` — novější, jednodušší, bez generických interfaců
- `mtl-tf` — generické interfacé nad `transformers` pomocí typových rodin

Doporučení (2021): `mtl` používejte jen z důvodů zpětné kompatibility

- *Identity* — nedělá nic, ale hodí se např. na odstraňování speciálních případů:  
*NejakaMonada = NejakaMonadaT Identity*
- *MaybeT*, *EitherT* (není vhodné na chyby!)
- *ExceptT* (*ErrorT* je deprecated)
- *StateT* — stavový výpočet
- *ReaderT* — výpočet s globálním prostředím, *ask*
- *WriterT* — výpočet konstruuje monoid, *tell*
- *RWST* — ReaderWriterStateT (poměrně typické kombo)
- *ListT* — funguje, ale má trochu nevhodný systém selhávání

**Instance *Monad (Reader r)* je prakticky ekvivalentní *Monad (( $\rightarrow$ ) r)*.**

**O jakémkoliv rozšiřování parametrů se často mluví jako o Readeru.**

Instance *Monad* (*Reader* *r*) je prakticky ekvivalentní *Monad*  $((\rightarrow) \text{ } r)$ .

O jakémkoliv rozšiřování parametrů se často mluví jako o Readeru.

Human-style:  $\lambda x \rightarrow (f \text{ } x, g \text{ } x)$

Reader-style: *liftA2*  $(, ) \text{ } f \text{ } g$



- *Identity*
- *Const c*
- *Compose f g* — 2 (aplikativní) funktory v jednom
- *Sum, Product*
- *Reverse* — obrací folding a traverzování
- *Backwards* — obrací pořadí operací u ( $\langle * \rangle$ )

Možnost 0: Alternative  
(typicky pro parsery)

Možnost 1: MonadPlus

```
class (Alternative m, Monad m)  $\Rightarrow$  MonadPlus m where  
  mzero :: m a  
  mplus :: m a  $\rightarrow$  m a  $\rightarrow$  m a
```

*mplus* se díky požadavku na monadičnost může chovat podstatně slušněji.

### Možnost 2: *LogicT*

```
class MonadPlus m  $\Rightarrow$  MonadLogic m where
  msplit :: m a  $\rightarrow$  m (Maybe (a, m a))  -- první výsledek
  ifte :: m a  $\rightarrow$  (a  $\rightarrow$  m b)  $\rightarrow$  m b  $\rightarrow$  m b  -- soft cut
  once :: m a  $\rightarrow$  m a  -- hard cut
  ( $\gg=$ ) :: m a  $\rightarrow$  (a  $\rightarrow$  m b)  $\rightarrow$  m b  -- férová konjunkce
  interleave :: m a  $\rightarrow$  m a  $\rightarrow$  m a  -- disjunkce
```

Zbytek:

- ( $\gg=$ ) je prologová čárka
- *guard* funguje jako pro seznamy
- '*mplus*' je prologový středník

Continuation passing style je metoda programování bez 'vracení' hodnot.

Normální kód:  $f\ x = \mathbf{do}\ \{r \leftarrow g\ x; \mathbf{return}\ (2 * r);\}$

CPS-style kód:  $f\ x\ cont = g\ x\ (\lambda r \rightarrow cont\ (2 * r))$

Odpovídající *Cont* a *ContT* jdou použít (mimo jiné) k výraznému ovlivňování control-flow.

```
import Control.Monad
import Control.Monad.Trans.Class
import Control.Monad.Trans.Cont
getCC = callCC (return · fix)
main = flip runContT return $ do
  lift $ putStrLn "nazdar!"
  restart ← getCC
  lift $ putStrLn "hadej cislo"
  a ← lift (readLn :: IO Int)
  unless (a ≡ 42) restart
  lift $ putStrLn "konecne dobre!"
```

*$\text{runSomeT} :: \text{Monad } m \Rightarrow \text{SomeT } xxx \ m \ a \rightarrow m \ (yyy \ a)$*

*runSomeT :: Monad m  $\Rightarrow$  SomeT xxx m a  $\rightarrow$  m (yyy a)*

*lift :: (MonadTrans t, Monad m)  $\Rightarrow$  m a  $\rightarrow$  t m a*

*runSomeT :: Monad m => SomeT xxx m a -> m (yyy a)*

*lift :: (Monad m) => m a -> SomeT xxx m a*



*$runSomeT :: Monad\ m \Rightarrow SomeT\ xxx\ m\ a \rightarrow m\ (yyy\ a)$*

*$lift :: (Monad\ m) \Rightarrow m\ a \rightarrow SomeT\ xxx\ m\ a$*

*$liftSomeAction :: MonadSomeAction\ m \Rightarrow Some\ xxx\ a \rightarrow m\ a$*

*runSomeT :: Monad m => SomeT xxx m a -> m (yyy a)*

*lift :: (Monad m) => m a -> SomeT xxx m a*

*liftIO :: MonadIO m => IO a -> m a*

*runSomeT :: Monad m => SomeT xxx m a -> m (yyy a)*

*lift :: (Monad m) => m a -> SomeT xxx m a*

*liftIO :: MonadIO m => IO a -> m a*

**instance** *(MonadSome m, MonadTrans t) => MonadSome (t m)*

*runSomeT :: Monad m => SomeT xxx m a -> m (yyy a)*

*lift :: (Monad m) => m a -> SomeT xxx m a*

*liftIO :: MonadIO m => IO a -> m a*

**instance** *(MonadIO m, MonadTrans t) => MonadIO (t m)*

```
import Control.Monad.Trans.State  
  
type CountingMonad a = StateT Int IO a  
  
doCountdown :: CountingMonad ()  
doCountdown = do  
    i ← get  
    if i > 0 then do put (i - 1)  
                    liftIO $ print i  
                    doCountdown  
    else return ()  
  
main = evalStateT 10 doCountdown
```

```
import Control.Monad.Trans.State  
  
type CountingMonad a = StateT Int IO a  
  
doCountdown :: CountingMonad ()  
doCountdown = do  
    i ← get  
    if i > 0 then do put (i - 1)  
                     liftIO $ print i  
                     doCountdown  
    else return ()  
  
main = evalStateT 10 doCountdown
```

```
import Control.Monad.Trans.State  
  
type CountingMonad a = StateT Int IO a  
  
doCountdown :: CountingMonad ()  
doCountdown = do  
     $i \leftarrow \text{get}$   
    if  $i > 0$  then do put  $(i - 1)$   
                     liftIO $ print i  
                     doCountdown  
    else return ()  
  
main = evalStateT 10 doCountdown
```

```
import Control.Monad.Trans.State  
  
type CountingMonad a = StateT Int IO a  
  
doCountdown :: CountingMonad ()  
doCountdown = do  
    i ← get  
    if i > 0 then do put (i - 1)  
                    liftIO $ print i  
                    doCountdown  
    else return ()  
  
main = evalStateT 10 doCountdown
```



Nebezpečství: Na pořadí transformerů záleží!

*StateT s (ParserT IO) a*

**vs.**

*ParserT (StateT s IO) a*

## Nebezpečství: Na pořadí transformerů záleží!

*StateT s (ParserT IO) a*

**vs.**

*ParserT (StateT s IO) a*

Důsledek: *IOT* nemá úplně dobrý smysl.

```
class X a b c | a b  $\rightarrow$  c where
```

```
...
```

Funkcionální dependence:

- typy před šipkou jednoznačně určují typy za šipkou
- slouží k odstranění nejednoznačnosti

```
class MonadState m s | m  $\rightarrow$  s
```

```
instance Monad m  $\Rightarrow$  MonadState (StateT s m) s
```

```
class KeyValueContainer c k v | c  $\rightarrow$  k v
```

```
instance (Map Int String) Int String
```

```
class Convertible a b
```

```
instance Convertible Int Float
```

# MPTCs vs. Prolog

Haskell:

```
data Z
data S a

class Number a
instance Number Z
instance Number a  $\Rightarrow$  Number (S a)

class Succ a b | a  $\rightarrow$  b
instance Succ a (S a)

class Add a b c | a b  $\rightarrow$  c
instance Add a b c  $\Rightarrow$  Add (S a) b (S c)
instance Add Z b b
```

Prolog:

```
number(z).
number(s(A)) :- number(A).

% succ(+A, -A1)
succ(X, s(X)).

% add(+X, +Y, -Z)
add(z, X, X).
add(s(X), Y, s(Z)) :- add(X, Y, Z).
```

## Dodatek: Type Families, associated types

```
class Monad m  $\Rightarrow$  MonadState m where  
  type StateType m  
  get :: m (StateType m)  
  put :: StateType m  $\rightarrow$  m ()
```

```
instance Monad m  $\Rightarrow$  MonadState (StateT s m) where  
  type StateType (StateT s m) = s  
  get = lift get  
  put = lift  $\cdot$  put
```

```
class KeyValueContainer a where  
  type Key a  
  type Value a  
  keys :: a  $\rightarrow$  [Key a]  
  values :: a  $\rightarrow$  [Value a]
```

```
instance KeyValueContainer [(a, b)] where  
  type Key [(a, b)] = a  
  type Value [(a, b)] = b  
  keys = map fst  
  values = map snd
```

Typové rodiny jsou doslova funkce na typech.

```
ghci> :set -XTypeFamilies
ghci> data family X a
ghci> data instance X Int = String
ghci> data instance X Bool = Double
ghci> _ :: X Bool
```

```
<interactive>:13:1: error:
  - Found hole: _ :: X Bool
    ...
  - Valid hole fits include
      Double :: X Bool (defined at <interactive>:5:24)
```

**Víceparametrové typové třídy a typové rodiny  
jsou 2 různá vyjádření toho samého.**

**Bonus: V obojím jde velice jednoduše vytvořit nerozhodnutelný problém.**

```
data Z
data S n
data family Succ a
data instance Succ a = S a
  -- ...
data Vec l where    -- GADT syntax
  Nil :: Vec Z
  Cons :: Int → Vec n → Vec (S n)
```

```
{-# LANGUAGE DataKinds #-}
data Nat = S Nat | Z
succ a = S a
data Vec :: Nat → *
  where
    Nil :: Vec Z
    Cons :: Int → Vec n → Vec (S n)
```

Výsledek: `vec3d :: Vec (S (S (S Z)))`

Pomocí `GHC.TypeLits` jde do typů dostat běžná čísla, stringy, apod.



## **Stringologie a formátování textu**

---

- String
  - [*Char*] — obrovský overhead na písmeno (16-32B), každé písmeno je boxed value, ...
  - každá položka seznamu je jeden nezávislý Unicode znak (tj. bez normalizace)
  - pro zpracování většího množství textu je String pomalý

- String
  - `[Char]` – obrovský overhead na písmeno (16-32B), každé písmeno je boxed value, ...
  - každá položka seznamu je jeden nezávislý Unicode znak (tj. bez normalizace)
  - pro zpracování většího množství textu je String pomalý
- ByteString
  - obdoba `char*`, implementačně cca. *Vector Word8*
  - žádný Unicode!
  - vektorová rychlost, vstup Attoparsecu

- String
  - `[Char]` – obrovský overhead na písmeno (16-32B), každé písmeno je boxed value, ...
  - každá položka seznamu je jeden nezávislý Unicode znak (tj. bez normalizace)
  - pro zpracování většího množství textu je String pomalý
- ByteString
  - obdoba `char*`, implementačně cca. *Vector Word8*
  - žádný Unicode!
  - vektorová rychlost, vstup Attoparsecu
- Text
  - Unicode-aware (interně uloženo jako normalizované UTF)
  - interně to je *Array-slice*
  - poměrně malý overhead všech Stringových operací

- String
  - `[Char]` – obrovský overhead na písmeno (16-32B), každé písmeno je boxed value, ...
  - každá položka seznamu je jeden nezávislý Unicode znak (tj. bez normalizace)
  - pro zpracování většího množství textu je String pomalý
- ByteString
  - obdoba `char*`, implementačně cca. *Vector Word8*
  - žádný Unicode!
  - vektorová rychlost, vstup Attoparsecu
- Text
  - Unicode-aware (interně uloženo jako normalizované UTF)
  - interně to je *Array-slice*
  - poměrně malý overhead všech Stringových operací

Protože je těžké odhadnout, v jakém formátu chce programátor mít literály, existuje třída *IsString*:

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
class IsString a where  
    fromString :: String → a  
    "ahoj" :: IsString s ⇒ s  
    "ahoj" :: Text    ∼→ OK  
    "ahoj" :: ByteString ∼→ OK
```

Konverze:

```
import qualified Data.ByteString as B
```

```
B.pack :: [Word8] → ByteString
```

```
B.unpack :: ByteString → [Word8]
```

Postupná konstrukce:

```
B.cons :: Word8 → ByteString → ByteString
```

```
B.snoc :: ByteString → Word8 → ByteString
```

```
B.uncons :: ByteString → Maybe (Word8, ByteString)
```

```
B.unsnoc :: ByteString → Maybe (ByteString, Word8)
```

Interně: většina substringových operací na *ByteStringu* je jen manipulace pointerů v  $O(1)$  nad jedním bufferem. Pokud chcete zahodit zbytek bufferu, použijte *B.copy*.

I/O:

*B.getLine :: IO ByteString*

*B.hGetLine :: Handle → IO ByteString*

*B.hPutStr :: Handle → ByteString → IO ()*

*B.hGetContents :: Handle → IO ByteString*

*B.hGet :: Handle → Int → IO ByteString*

*B.hPut :: Handle → ByteString → IO ()*

apod.



Obsah *ByteStringu* je pro převedení na *String* nebo *Text* potřeba *dekódovat*. (Unicode jde kódovat jako UTF-8, UTF-16LE, UTF-16BE, UTF-32LE, ..., ztrátově jako Latin1, ISO8859-1, Codepage 1250, KOI-8, ...)

```
import Data.Text.Encoding  
  
decodeUtf8 :: ByteString → Text  
decodeUtf16BE :: ByteString → Text  
decodeUtf32LE :: ByteString → Text  
  
encodeUtf8 :: Text → ByteString  
encodeUtf16LE :: Text → ByteString
```

Text je hodně optimalizovaný (většina funkcí se řuže a/nebo zmizí).

```
import qualified Data.Text as T
```

```
T.pack :: String → Text
```

```
T.unpack :: Text → String
```

■ ■ ■

(*cons*, *snoc*, *append*, *take*, *takeEnd*, *intercalate*, *toLower*, *justifyLeft*, *splitOn*, ...)

IO-related funkce jsou v *Data.Text.IO*

Text je hodně optimalizovaný (**většina funkcí se řuže** a/nebo zmizí).

```
import qualified Data.Text as T
```

```
T.pack :: String → Text
```

```
T.unpack :: Text → String
```

■ ■ ■

(cons, snoc, append, take, takeEnd, intercalate, toLower, justifyLeft, splitOn, ...)

IO-related funkce jsou v *Data.Text.IO*

| situace                                                                  | řešení            |
|--------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Potřebuju rychlost, polobinární obsah vstupu interpretuju vlastním kódem | <i>ByteString</i> |
| Používám AttoParsec                                                      | <i>ByteString</i> |
| Mám nekonečnou větu plnou nerozhodnutelných písmen                       | <i>String</i>     |
| Aplikace je jednoduchá a stringový overhead je skoro nulový              | <i>String</i>     |
| Všechny ostatní případy                                                  | <i>Text</i>       |

## Pravda o Pretty-Printingu

*Show* není pretty-printing!

Pretty-printing se od *Show*-ování liší v několika podstatných ohledech:

- výstup není potřeba parsovat (nemusí obsahovat detaily)
- výstup může obsahovat redundanci
- občas je potřeba odsazovat a zarovnávat

Pretty-printing se od *Show*-ování liší v několika podstatných ohledech:

- výstup není potřeba parsovat (nemusí obsahovat detaily)
- výstup může obsahovat redundanci
- občas je potřeba odsazovat a zarovnávat

Haskellový přístup:

```
import Text.PrettyPrint
```

```
renderStyle (style { lineLength = 80 }) :: Doc → String
```



Pretty-printing se od *Show*-ování liší v několika podstatných ohledech:

- výstup není potřeba parsovat (nemusí obsahovat detaily)
- výstup může obsahovat redundanci
- občas je potřeba odsazovat a zarovnávat

Haskellový přístup:

```
import Text.PrettyPrint
```

```
renderStyle (style {lineLength = 80}) :: Doc → String
```

*Doc* je abstrakce pro různě pospojovaná políčka textu (podobně jako T<sub>E</sub>X-ové vlisty/hlisty).

*empty* :: *Doc*

*text* :: *String* → *Doc*

*sizedText* :: *Int* → *String* → *Doc*

*int* :: *Int* → *Doc*

*float* :: *Float* → *Doc*

Dekorace:

*semi, equals, lparen, rparen, comma, colon, space, ... :: Doc*

*parens, brackets, quotes, ... :: Doc  $\rightarrow$  Doc*

*punctuate :: Doc  $\rightarrow$  [Doc]  $\rightarrow$  [Doc]*

Lepení:

```
(◇)   :: Doc → Doc → Doc   -- vedle
(⟨+⟩) :: Doc → Doc → Doc   -- vedle s mezerou (nějakou)
($$)  :: Doc → Doc → Doc   -- nad sebou
($+$) :: Doc → Doc → Doc   -- nad sebou bez nestingu
nest  :: Int → Doc → Doc    -- odsazení
```

Seznamové verze: *hcat*, *hsep*, *vcat*, *vsep*

Chytré verze (v/h): *cat*, *sep*

Odstavcové verze: *fcap*, *fsep*

```
import Text.PrettyPrint

data Scheme = Ident String | Number Int | Seq [Scheme]

class PDoc a where
    pdoc :: a → Doc

ppshow :: PDoc a ⇒ a → String
ppshow = renderStyle (style {lineLength = 80}) . pdoc

instance PDoc Scheme where
    pdoc (Ident a) = text a
    pdoc (Number i) = int i
    pdoc (Seq xs) = parens $ sep (map pdoc xs)
```

```
short k = Seq $ Ident "*" : map Number [k..k + 3]  
long = Seq $ Ident "+" : map short [1..10]  
main = putStrLn · ppsShow $ Seq [Ident "factorial", long]
```

```
(factorial  
  (+  
    (* 1 2 3 4)  
    (* 2 3 4 5)  
    (* 3 4 5 6)  
    (* 4 5 6 7)  
    (* 5 6 7 8)  
    (* 6 7 8 9)  
    (* 7 8 9 10)  
    (* 8 9 10 11)  
    (* 9 10 11 12)  
    (* 10 11 12 13)))
```

*pdoc (Seq []) = parens empty*

*pdoc (Seq (x : xs)) = parens \$ pdoc x <+> sep (map pdoc xs)*

```
(factorial (+ (* 1 2 3 4)
              (* 2 3 4 5)
              (* 3 4 5 6)
              (* 4 5 6 7)
              (* 5 6 7 8)
              (* 6 7 8 9)
              (* 7 8 9 10)
              (* 8 9 10 11)
              (* 9 10 11 12)
              (* 10 11 12 13))))
```

**IO!**





## Co ještě umí run-time Haskellu?

- UNIX-like soubory a síťovou komunikaci
- konkurentní výpočet programu a synchronizaci
- paralelní výpočet programu
- reference a pointery
- FFI

- Proměnlivé prostředí ('env')

```
import System.Environment
```

```
getEnv :: String → IO String
```

```
lookupEnv "PATH" :: IO (Maybe String)
```

```
getEnvironment :: IO [(String, String)]
```

- Proměnlivé prostředí ('env')

```
import System.Environment  
getEnv :: String → IO String  
lookupEnv "PATH" :: IO (Maybe String)  
getEnvironment :: IO [(String, String)]
```

- Parametry z příkazového řádku

```
getArgs :: IO [String]  
getProgName :: IO String  
getExecutablePath :: IO FilePath
```

- exit-code

```
import System.Exit
```

```
die "sorry jako" :: IO a
```

```
exitWith (exitSuccess) :: IO a
```

```
exitWith (exitFailure 3) :: IO a
```

- exit-code

```
import System.Exit
```

```
die "sorry jako" :: IO a
```

```
exitWith (exitSuccess) :: IO a
```

```
exitWith (exitFailure 3) :: IO a
```

- čtení a zápis z/do souborových deskriptorů

```
import System.IO
```

```
openFile "test" WriteMode :: IO Handle
```

```
hClose h :: IO ()
```

```
hGetChar h :: IO Char
```

```
hPutChar h 'c' :: IO ()
```

- posílat a chytat signály

```
import System.Posix.Signals  
raiseSignal sigSTOP :: IO ()  
signalProcess sigKILL 1 :: IO ()
```

- posílat a chytat signály

```
import System.Posix.Signals
```

```
raiseSignal sigSTOP :: IO ()
```

```
signalProcess sigKILL 1 :: IO ()
```

```
data Handler = Default | Ignore
```

```
    | Catch (IO ()) | CatchOnce (IO ()) | ...
```

```
installHandler sigTERM
```

```
    (Catch $ putStrLn "nope")
```

```
    Nothing
```

```
    :: IO Handler
```

**Jak se pozná kvalitní UNIXový program?**



**Jak se pozná kvalitní UNIXový program?**

**Vypisuje `--help` související s realitou.**

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako monoid. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako **monoid**. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako monoid. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako monoid. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

```
import Options.Applicative
import Data.Semigroup ((⟨⟩))

theOption :: Parser Bool
theOption = switch $ long "good"
    ⟨ short 'g'
    ⟨ help "Should it be really good?"

optInfo = info (helper ⟨*⟩ theOption)
    $ progDesc "good shows current level of goodness"
    ⟨ header "A program that shows if it's good."
    ⟨ footer "See more information on www.good.program.hu"
```

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako monoid. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

```
import Options.Applicative
import Data.Semigroup ((⟨⟩))

theOption :: Parser Bool
theOption = switch $ long "good"
    ⟨ short 'g'
    ⟨ help "Should it be really good?"

optInfo = info (helper ⟨*⟩ theOption)
    $ progDesc "good shows current level of goodness"
    ⟨ header "A program that shows if it's good."
    ⟨ footer "See more information on www.good.program.hu"
```

Abstrakce: Volitelné vlastnosti parametrů budeme popisovat jako monoid. Parametry pak aplikativně spojíme do velké struktury.

```
import Options.Applicative
import Data.Semigroup (( $\diamond$ ))

theOption :: Parser Bool
theOption = switch $ long "good"
     $\diamond$  short 'g'
     $\diamond$  help "Should it be really good?"

optInfo = info (helper  $\langle$ * $\rangle$  theOption)
    $ progDesc "good shows current level of goodness"
     $\diamond$  header "A program that shows if it's good."
     $\diamond$  footer "See more information on www.good.program.hu"
```

```
main = do opt ← execParser $ optInfo  
        putStrLn $ if opt  
                then "yeah it's good"  
                else "not good at all!"
```

```
$ ./good
```

```
not good at all!
```

```
$ ./good -x
```

```
Invalid option '-x'
```

```
Usage: ./good [-g|--good]
```

```
$ ./good -g
```

```
yeah it's good
```



```
main = do opt ← execParser $ optInfo  
         putStrLn $ if opt  
                   then "yeah it's good"  
                   else "not good at all!"
```

```
$ ./good
```

```
not good at all!
```

```
$ ./good -x
```

```
Invalid option '-x'
```

```
Usage: ./good [-g|--good]
```

```
$ ./good -g
```

```
yeah it's good
```

```
$ ./good -h
```

A program that shows if it's good.

Usage: good [-g|--good]

good shows current level of goodness

Available options:

-h,--help                      Show this help text

-g,--good                      Should it be really good?

See more information on [www.good.program.hu](http://www.good.program.hu)

- Stringy

```
optOutput = strOption
```

```
  $ long "output"
```

```
  ◇ short 'o'
```

```
  ◇ metavar "FILE"
```

```
  ◇ value "out.txt"
```

```
  ◇ showDefault
```

```
  ◇ help "Write output to FILE"
```

- Integery

```
optLevel = option
```

```
  $ long "level"
```

```
  ◇ short 'l'
```

```
  ◇ help "Level of whatever"
```

- Kombinace (produkt)

```
data CmdLineOpts = CmdLineOpts { level :: Int,  
                                output :: String }  
  
allOptions = CmdLineOpts <$> optLevel <*> optOutput
```

- Kombinace alternativ

```
data OptionalOutput = FileOutput String | StdOutput  
  
optionOptionalOutput = FileOutput <$> optOutput  
  <||> flag' StdOutput (long "stdout"  
    ◇ help "write to stdout")
```

Run-time systém nad nízkoúrovňovým systémovým interfacem provozuje vlastní event loop.

- Umožňuje velmi efektivní konkurentní programování (“green threads”)
- Zabraňuje potížím s pollováním bez overheadu vláken
- Poskytuje C-like sdílení zapisovatelných objektů

```
import Control.Concurrent  
forkIO :: IO () → IO ThreadID
```

*forkIO* provede IO akci **paralelně** s volající monádou.

Výhoda: Lehká vlákna nemají žádný overhead.

Pro komunikaci mezi vlákny máme (mimo jiné) *MVar*:

```
import Control.Concurrent.MVar  
newEmptyMVar :: IO (MVar a)  
newMVar :: a → IO (MVar a)  
takeMVar :: MVar a → IO a  
putMVar :: MVar a → a → IO ()  
readMVar :: MVar a → IO a  
swapMVar :: MVar a → a → IO a
```

*MVar* může být plná nebo prázdná, put/take jsou blokující.

```
import Control.Monad
import Control.Concurrent
import Control.Concurrent.MVar

main = do
  kolik ← readLn :: IO Int
  com ← newEmptyMVar
  forkIO $ do
    forM_ [1..kolik] $ \i → putMVar com i          >> threadDelay 333333
    forM_ [1..kolik] $ \i → putMVar com (kolik - i) >> threadDelay 333333
  let loop = do a ← takeMVar com
                when (a > 0) $ print a >> loop
  loop
```



```
import Control.Concurrent
import Control.Exception (bracket)
import Control.Monad (forever, void)
import Network.Socket

main =
  withSocketsDo $ do
    counter ← newMVar 0
    bracket open close (serverLoop counter)
  where
    ...
```

```
import Control.Concurrent
import Control.Exception (bracket)
import Control.Monad (forever, void)
import Network.Socket

main =
  withSocketsDo $ do
    counter ← newMVar 0
    bracket open close (serverLoop counter)
  where
    ...
```

```
import Control.Concurrent
import Control.Exception (bracket)
import Control.Monad (forever, void)
import Network.Socket

main =
  withSocketsDo $ do
    counter ← newMVar 0
    bracket open close (serverLoop counter)
  where
    ...
```

```
open = do
  sock ← socket AF_INET Stream defaultProtocol
  setSocketOption sock ReuseAddr 1
  bind sock $ SockAddrInet 8080 0
  setCloseOnExecIfNeeded $ fdSocket sock
  listen sock 16
  return sock
```

*open = do*

*sock ← socket AF\_INET Stream defaultProtocol*

*setSocketOption sock ReuseAddr 1*

*bind sock \$ SockAddrInet 8080 0*

*setCloseOnExecIfNeeded \$ fdSocket sock*

*listen sock 16*

*return sock*

*open = do*

*sock ← socket AF\_INET Stream defaultProtocol*

*setSocketOption sock ReuseAddr 1*

*bind sock \$ SockAddrInet 8080 0*

*setCloseOnExecIfNeeded \$ fdSocket sock*

*listen sock 16*

*return sock*

```
serverLoop counter sock =  
  forever $ do  
    (conn, peer) ← accept sock  
    putStrLn $ "client: " ++ show peer  
    void $ forkFinally (talk counter conn)  
      (λ_ → close conn)
```

```
serverLoop counter sock =  
  forever $ do  
    (conn, peer) ← accept sock  
    putStrLn $ "client: " ++ show peer  
    void $ forkFinally (talk counter conn)  
      (λ_ → close conn)
```



```
serverLoop counter sock =  
  forever $ do  
    (conn, peer) ← accept sock  
    putStrLn $ "client: " ++ show peer  
    void $ forkFinally (talk counter conn)  
                      (\_ → close conn)
```

```
serverLoop counter sock =  
  forever $ do  
    (conn, peer) ← accept sock  
    putStrLn $ "client: " ++ show peer  
    void $ forkFinally (talk counter conn)  
                      (\_ → close conn)
```

```
talk counter conn = do
  msg ← words ⟨$⟩ recv conn 1024 -- String!
  putStrLn $ "Request: " ++ show msg
  case msg of
    "GET": _ → do
      ctr ← takeMVar counter
      putMVar counter (ctr + 1)
      send conn $
        "HTTP/1.0 200 OK\n" ++
        "Content-type: text/plain\n\n" ++
        "Hello, " ++ show ctr
    _ → send conn "HTTP 400 bad request\n\n"
```

```
talk counter conn = do
  msg ← words ⟨$⟩ recv conn 1024 -- String!
  putStrLn $ "Request: " ++ show msg
  case msg of
    "GET": _ → do
      ctr ← takeMVar counter
      putMVar counter (ctr + 1)
      send conn $
        "HTTP/1.0 200 OK\n" ++
        "Content-type: text/plain\n\n" ++
        "Hello, " ++ show ctr
    _ → send conn "HTTP 400 bad request\n\n"
```

```
talk counter conn = do
  msg ← words ⟨$⟩ recv conn 1024 -- String!
  putStrLn $ "Request: " ++ show msg
  case msg of
    "GET": _ → do
      ctr ← takeMVar counter
      putMVar counter (ctr + 1)
      send conn $
        "HTTP/1.0 200 OK\n" ++
        "Content-type: text/plain\n\n" ++
        "Hello, " ++ show ctr
    _ → send conn "HTTP 400 bad request\n\n"
```

```
talk counter conn = do
  msg ← words ⟨$⟩ recv conn 1024  -- String!
  putStrLn $ "Request: " ++ show msg
  case msg of
    "GET": _ → do
      ctr ← takeMVar counter
      putMVar counter (ctr + 1)
      send conn $
        "HTTP/1.0 200 OK\n" ++
        "Content-type: text/plain\n\n" ++
        "Hello, " ++ show ctr
    _ → send conn "HTTP 400 bad request\n\n"
```

Overhead *MVar* je moc velký/zbytečný

- *TVar* (neprázdná proměnná, atomické operace nad *STM*)
- *IORef* (neprázdná proměnná)
- *Ptr* (ošklivá Cčková reference na P.O.D. bez GC)
- *STM* (Software Transactional Memory monad) — poskytuje serializovaný přístup k paměti sdílené mezi vlákny *bez IO*.
- *Chan*, *TChan*, *QSem*, *QSemN*, ...

Když je potřeba sáhnout na dno, Haskell podporuje přímé napojení na systémový C-style kód pomocí FFI.

Typické použití:

- Obalování systémových API
- Obalování Cčkových knihoven ('bindings')
- Drcení čísel



FFI má 2 módy použití:

- import**
  - Cčkový `.h` a `.c` soubor se automaticky skompilují a slinkují s programem
  - funkce lze popsat jako *IO* akce, i jako čisté funkce
  - typy parametrů se mapují z primitivních haskellových typů
- export**
  - export haskellové funkce vygeneruje `.h`
  - odpovídající symbol je ve skompilovaném `.o`

Haskell:

```
{-# INCLUDE "rawread.h" #-}  
{-# LANGUAGE ForeignFunctionInterface #-}  
import Foreign.C  
foreign import ccall "raw_read" rawRead :: Word → IO Word  
main = rawRead 0 >>= print
```

```
rawread.h: int64_t raw_read(int64_t);
```

```
rawread.c:      (BONUS: skoro validní použití reinterpret_cast)
```

```
int64_t raw_read(int64_t addr) {  
    int64_t* ptr=(int64_t*)addr;  
    return *ptr;  
}
```

Haskell:

```
{-# INCLUDE "rawread.h" #-}  
{-# LANGUAGE ForeignFunctionInterface #-}  
import Foreign.C  
foreign import ccall "raw_read" rawRead :: Word → IO Word  
main = rawRead 0 >>= print
```

```
rawread.h: int64_t raw_read(int64_t);
```

```
rawread.c:      (BONUS: skoro validní použití reinterpret_cast)
```

```
int64_t raw_read(int64_t addr) {  
    int64_t* ptr=(int64_t*)addr;  
    return *ptr;  
}
```

Factorial.hs:

```
import Foreign.C  
foreign export ccall "fact" factorial :: Int → Int  
factorial n = product [1..n]
```

factorial.c:

```
#include "Factorial_stub.h"  
void someF() {  
    printf("%d\n", fact(5));  
}
```

Paralelizace Haskellu je (technicky) celkem jednoduchá

- Většina jevů je bez efektů
- RTS umí vlastní scheduling 'zadarmo'
- GC je celkem moderní a víc vláken zvládá dobře

(narozdíl od Javy, C# a Pythonu)

Implementace:

Paralelizace Haskellu je (technicky) celkem jednoduchá

- Většina jevů je bez efektů
- RTS umí vlastní scheduling ‘zadarmo’
- GC je celkem moderní a víc vláken zvládá dobře

(narozdíl od Javy, C# a Pythonu)

Implementace:

$$par :: a \rightarrow b \rightarrow b$$

“Indicates that it may be beneficial to evaluate the first argument in parallel with the second.  
Returns the value of the second argument.

a ‘par’ b is exactly equivalent semantically to b.”

```
hardFunction = let  
  firstHalf = ...  
  secondHalf = ...  
  in firstHalf 'par' secondHalf 'par' firstHalf + secondHalf
```

Kompilace: `ghc -threaded -rtsopts hard.hs`

Spuštění pro 16 jader: `./hard +RTS -N16`

Nevýhoda:

```
hardFunction = let  
  firstHalf = ...  
  secondHalf = ...  
  in firstHalf 'par' secondHalf 'par' firstHalf + secondHalf
```

Kompilace: `ghc -threaded -rtsopts hard.hs`

Spuštění pro 16 jader: `./hard +RTS -N16`

Nevýhoda: Pokud paralelismem chceme dosáhnout rychlosti, je lepší program napsat v C a volat přes FFI. (paralelně)



Lepší kontrola nad prováděním kódu:

```
import Control.Parallel.Strategies
```

Lepší kontrola nad prováděním kódu:

```
import Control.Parallel.Strategies
```

Akcelerace automatickým přeložením programu do paralelního SIMD nebo CUDA:

```
import Data.Array.Accelerate
```

```
dotp :: Acc (Vector Float) → Acc (Vector Float) → Acc (Scalar Float)
```

```
dotp xs ys = fold (+) 0 (zipWith (*) xs ys)
```

Lepší kontrola nad prováděním kódu:

```
import Control.Parallel.Strategies
```

Akcelerace automatickým přeložením programu do paralelního SIMD nebo CUDA:

```
import Data.Array.Accelerate
```

```
dotp :: Acc (Vector Float) → Acc (Vector Float) → Acc (Scalar Float)
```

```
dotp xs ys = fold (+) 0 (zipWith (*) xs ys)
```

Lepší kontrola nad prováděním kódu:

```
import Control.Parallel.Strategies
```

Akcelerace automatickým přeložením programu do paralelního SIMD nebo CUDA:

```
import Data.Array.Accelerate
```

```
dotp :: Acc (Vector Float) → Acc (Vector Float) → Acc (Scalar Float)
```

```
dotp xs ys = fold (+) 0 (zipWith (*) xs ys)
```

Numerické výpočty s možností paralelizace:

```
import Data.Array.Repa
```

Lepší kontrola nad prováděním kódu:

```
import Control.Parallel.Strategies
```

Akcelerace automatickým přeložením programu do paralelního SIMD nebo CUDA:

```
import Data.Array.Accelerate
```

```
dotp :: Acc (Vector Float) → Acc (Vector Float) → Acc (Scalar Float)
```

```
dotp xs ys = fold (+) 0 (zipWith (*) xs ys)
```

Numerické výpočty s možností paralelizace:

```
import Data.Array.Repa
```

 Parallel and concurrent programming in Haskell: Techniques for multicore and multithreaded programming (Simon Marlow, 2013)

## Grafické knihovny

---

Samozřejmě existují bindingy na všechny možné GUI knihovny.

- gtk, Qt, wxWidgets
- SDL, OpenGL

Haskellově specifické věci jsou zajímavější:

- Back-end: JuicyPixels (&repa)
- Generativní grafika: Rasterific
- Specifická generativní grafika: Chart
- Interaktivní generativní grafika: Gloss & NotGloss

```
import Codec.Picture
```

```
readImage :: FilePath → IO (Either String DynamicImage)
```

*DynamicImage* je union pro všechny možné reprezentace pixelů, např.

*ImageRGBA8* (*Image PixelRGBA8*) nebo *ImageYCbCr8* (*Image PixelYCbCr8*).

```
writeDynamicBitmap ::
```

```
    FilePath → DynamicImage → IO (Either String Bool)
```

```
writeBitmap :: BmpEncodable pixel ⇒
```

```
    FilePath → Image pixel → IO ()
```

```
writePng :: PngSavable pixel ⇒
```

```
    FilePath → Image pixel → IO ()
```

```
    ⋮
```



Vyrobit obrázek z funkce:

$$\begin{aligned} \text{generateImage} &:: \text{Pixel } px \Rightarrow \\ &(\text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow px) \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Image } px \end{aligned}$$

map-like zjednodušení:

$$\begin{aligned} \text{pixelMap} &:: \text{Pixel } a, \text{Pixel } b \Rightarrow \\ &(a \rightarrow b) \rightarrow \text{Image } a \rightarrow \text{Image } b \end{aligned}$$

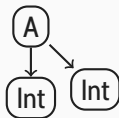
Pixely je možné manipulovat přímo jako číselné hodnoty.

```
data PixelRGB8 = PixelRGB8 ! Pixel8 ! Pixel8 ! Pixel8  
type PixelF = Float  
data PixelCMYK16 = PixelCMYK16 ! Pixel16 ! Pixel16  
                        ! Pixel16 ! Pixel16
```

Vykřičník v datovém typu znamená, že data nejsou 'boxed'. (Tj. nemůžou být méně definovaná než celá struktura.)

Praktický význam:

**data** A = A Int Int



**data** A = A ! Int ! Int



Pointery navíc jsou klíčový rozdíl pro rychlost výpočtů na velkém množství malých dat.

Jak tomu pomoci?

$$\text{seq} :: a \rightarrow b \rightarrow b$$

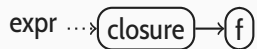
“The value of `seq a b` is bottom if `a` is bottom, and otherwise equal to `b`. In other words, it evaluates the first argument `a` to weak head normal form (WHNF). `seq` is usually introduced to improve performance by avoiding unneeded laziness.”

$$f ! a = \dots$$
$$f \$! a$$
$$\{-\# \text{ INLINE } f \#-\}$$

## Jak to vypadá v paměti?

$f :: X \rightarrow A$

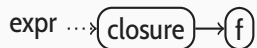
$expr = f$



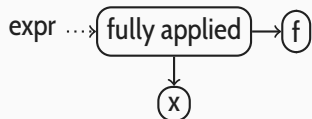
## Jak to vypadá v paměti?

$f :: X \rightarrow A$

$expr = f$



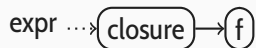
$expr = f\ x$



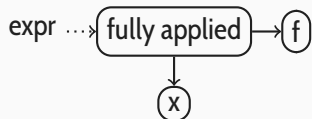
## Jak to vypadá v paměti?

$f :: X \rightarrow A$

$expr = f$

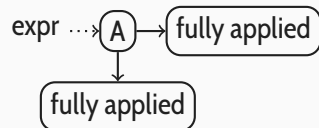


$expr = f\ x$



**data**  $A = A\ Int\ Int$

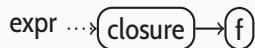
$expr = f\ \$!\ x$



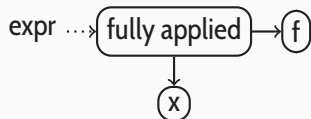
## Jak to vypadá v paměti?

$f :: X \rightarrow A$

$expr = f$

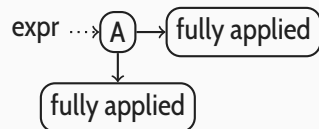


$expr = f\ x$



**data**  $A = A\ Int\ Int$

$expr = f\ \$!\ x$



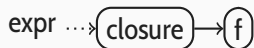
(mezikrok: *deepSeq*)



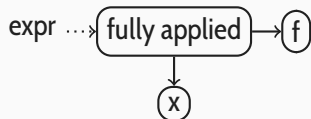
## Jak to vypadá v paměti?

$f :: X \rightarrow A$

$expr = f$

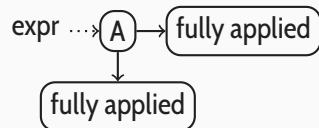


$expr = f\ x$



**data**  $A = A\ Int\ Int$

$expr = f\ \$!\ x$



(mezikrok: *deepSeq*)

**data**  $A = A\ !\ Int\ !\ Int$

$expr = f\ \$!\ x$



Psát všude vykřičníky je otrava. Většina používaných kontejnerů má striktní varianty:

- *Data.Vector.Unboxed, Data.Vector.Primitive*
- *Data.Set.Strict, Data.Map.Strict, ...*
- *Control.Monad.Trans:*
  - *State.Strict, Writer.Strict, ...*
  - *RWS.Strict*
- *strict :: Strict lazy strict  $\Rightarrow$  Iso' lazy strict*
- *unpackStrict :: ByteString  $\rightarrow$  [Word8]*
- *foldl'*

'Regular parallel arrays' (polymorfní vícedimenzionální primitivní striktní arraye)

- regularita → rychlost
- fůzování arrayových funkcí → víc rychlosti
- lowlevelové optimalizace při překladu s LLVM → ještě víc rychlosti
- paralelní vyhodnocování skoro zadarmo

```
type DIM0 = Z  
type DIM1 = DIM0 : . Int  
type DIM2 = DIM1 : . Int  
...
```

- *R.Array U DIM2 Float* — matice
- *R.Array V Z Int* — 1 bod
- *(Z : . 1 : . 2 : . 3)* — index ve 3D arrayi
- *(Z : . 3)* — index v 1D arrayi

*map* :: (Shape sh, Source r a)  $\Rightarrow$

(a  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow$  Array r sh a

$\rightarrow$  Array **D** sh b

*zipWith* :: (Shape sh, Source r1 a, Source r2 b)  $\Rightarrow$

(a  $\rightarrow$  b  $\rightarrow$  c)  $\rightarrow$  Array r1 sh a  $\rightarrow$  Array r2 sh b

$\rightarrow$  Array **D** sh c

*fromFunction* ::

sh  $\rightarrow$  (sh  $\rightarrow$  a)  $\rightarrow$  Array **D** sh a

Výpočet:

*computeUnboxedS* :: (Load r1 sh e, Unbox e)  $\Rightarrow$

Array r1 sh e  $\rightarrow$  Array U sh e

*computeUnboxedP* :: (Load r1 sh e, Monad m, Unbox e)  $\Rightarrow$

Array r1 sh e  $\rightarrow$  m (Array U sh e)

*map* :: (Shape sh, Source r a)  $\Rightarrow$

(a  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow$  Array r sh a

$\rightarrow$  Array D sh b

*zipWith* :: (Shape sh, Source r1 a, Source r2 b)  $\Rightarrow$

(a  $\rightarrow$  b  $\rightarrow$  c)  $\rightarrow$  Array r1 sh a  $\rightarrow$  Array r2 sh b

$\rightarrow$  Array D sh c

*fromFunction* ::

sh  $\rightarrow$  (sh  $\rightarrow$  a)  $\rightarrow$  Array D sh a

Výpočet:

*computeUnboxedS* :: (Load r1 sh e, Unbox e)  $\Rightarrow$

Array r1 sh e  $\rightarrow$  Array U sh e

*computeUnboxedP* :: (Load r1 sh e, Monad m, Unbox e)  $\Rightarrow$

Array r1 sh e  $\rightarrow$  m (Array U sh e)

```
ghc -O -fllvm -threaded -rtsopts program.hs  
./program +RTS -N 16
```

## Příklad (zpět k JuicyPixels)

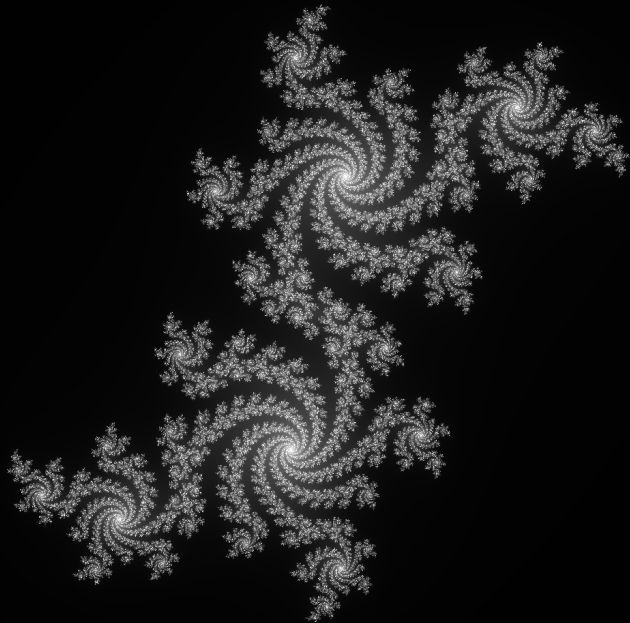
```
import Data.Complex
import Data.Word
import Codec.Picture

julia limit z aO = run aO 0
  where run c i | i ≥ limit = limit
               | magnitude c > 2 = i
               | otherwise = run (c * c + z) (i + 1)

juliapix x y = (fromIntegral :: Int → Word8) $
  julia 255 (0.141 :+ 0.6) $
    ((-1.25) :+ (-1.25)) + 0.0025 * (fromIntegral x :+ fromIntegral y)

main = writePng "fractal.png" $ generateImage juliapix 1000 1000
```





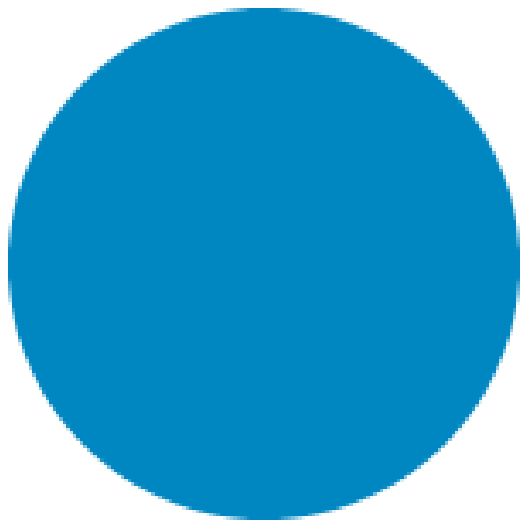
## Jak nakreslit něco složitějšího?

```
import Codec.Picture (PixelRGBA8 (.), writePng)
import Graphics.Rasterific

white = PixelRGBA8 255 255 255 255
drawColor = PixelRGBA8 0 0x86 0xc1 255

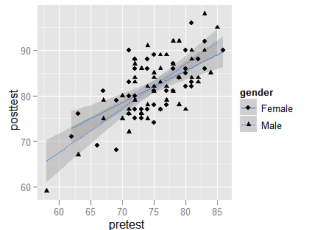
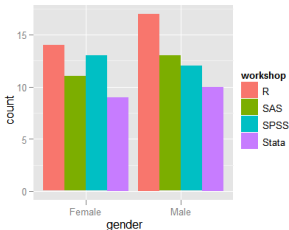
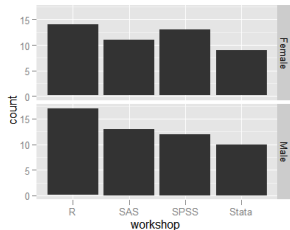
main = writePng "kulaty.png" $
  renderDrawing 200 200 white $
    fill $ circle (V2 100 100) 75
```

Další knihovny: `diagrams` (vektorové diagramy, zarovnávání, šipky, ...), `juicypixels-repa` (brutálnější výpočty), `friday` (běžné rastrové výpočty typu blur)



Generovat pěkné grafy je tradičně těžké.

State-of-art: ggplot2



GGplot:

```
plot(data) + geom_point(pretest,posttest) + geom_quantile() + title(...)
```

Haskell: Jednotlivé kusy grafu jsou substruktury, můžeme do nich vrtat pomocí čoček.

```
import Graphics.Rendering.Chart
import Data.Colour
import Data.Colour.Names
import Data.Default.Class
import Graphics.Rendering.Chart · Backend.Cairo
import Control.Lens

setLinesBlue :: PlotLines a b → PlotLines a b
setLinesBlue = plot_lines_style · line_color .~ opaque blue

chart = toRenderable layout
  where
    am :: Double → Double
    am x = (sin (x * 3.14159 / 45) + 1) / 2 * (sin (x * 3.14159 / 5))

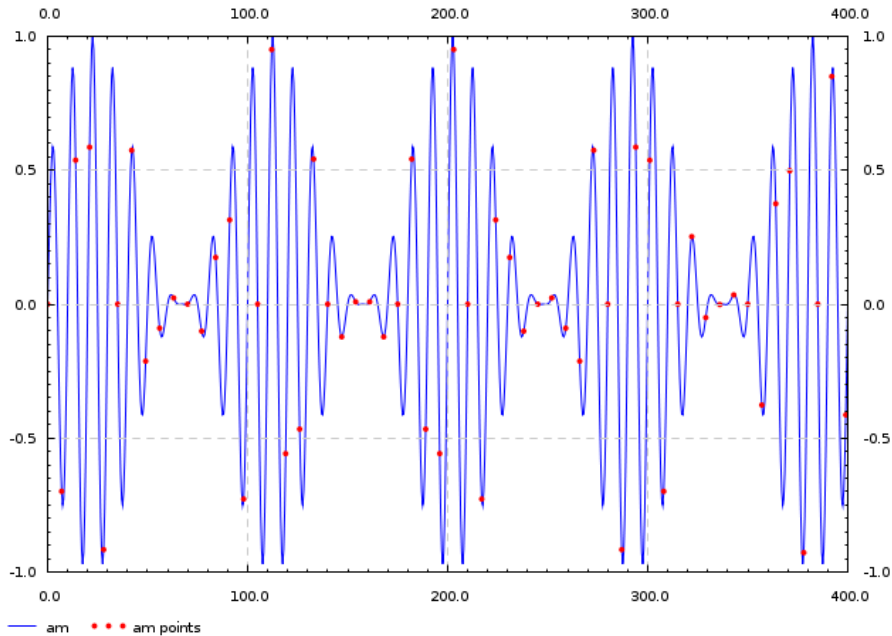
    sinusoid1 = plot_lines_values .~ [(x, (am x)) | x ← [0, (0.5) .. 400]]
      $ plot_lines_style · line_color .~ opaque blue
      $ plot_lines_title .~ "am" $ def

    sinusoid2 = plot_points_style .~ filledCircles 2 (opaque red)
      $ plot_points_values .~ [(x, (am x)) | x ← [0, 7 .. 400]]
      $ plot_points_title .~ "am points" $ def

    layout = layout_title .~ "Amplitude Modulation"
      $ layout_plots .~ [toPlot sinusoid1, toPlot sinusoid2] $ def

main = renderableToFile def "example1_big.png" chart
```

## Amplitude Modulation



## Chart (Monads!)

```
import Graphics.Rendering.Chart.Easy
import Graphics.Rendering.Chart · Backend.Cairo

signal :: [Double] → [(Double, Double)]
signal xs = [(x, (sin (x * 3.14159 / 45) + 1)
               / 2 * (sin (x * 3.14159 / 5)))
             | x ← xs]

main = toFile def "example1_big.png" $ do
  layout_title . = "Amplitude Modulation"
  setColors [opaque blue, opaque red]
  plot (line "am" [signal [0, (0.5)..400]])
  plot (points "am points" (signal [0, 7..400]))
```

*“Get something cool on the screen in under 10 minutes.”*



Gloss poskytuje jednoduchý datový typ na popis scény a poměrně efektivní zobrazování scény pomocí OpenGL.

Scéna:

```
type Point = (Float, Float)
```

```
type Path = [Point]
```

```
data Picture =
```

```
  | Blank
```

```
  | Polygon Path | Line Path | Circle Float
```

```
  | Text String
```

```
  | Color Color Picture
```

```
  | Translate Float Float Picture
```

```
  | Rotate Float Picture | Scale Float Picture
```

```
  | ...
```

Je to rychlé?

**Je to rychlé?**

**Je to lazy.**

```
import Graphics.Gloss
```

```
display :: Display → Color → Picture → IO ()
```

```
main = display (InWindow "Okno!" (200,200) (10,10))
```

```
  white (ThickCircle 50 3)
```

```
animate :: Display → Color → (Float → Picture) → IO ()
```

```
main = animate FullScreen
```

```
  white $ λt → Pictures $ flip map [1..4] $ λx →
```

```
    Rotate (90 * x + 20 * t) $
```

```
    Translate 80 0 $
```

```
    ThickCircle 20 (3 + 2 * sin t)
```

*simulate* :: *Display*

→ *Color*

→ *Int*      -- fps

→ *model*    -- cokoliv

→ (*model* → *Picture*)

→ (*Viewport* → *Float* → *model* → *model*)

→ *IO* ()

```
play :: Display  
  → Color  
  → Int   -- fps  
  → world  -- popis světa  
  → (world → Picture)  -- render  
  → (Event → world → world)  
  → (Float → world → world)  
  → IO ()
```

## 3D: not-gloss

```
data VisObject a = VisObjects [VisObject a]
  | Trans (V3 a) (VisObject a)
  | RotQuat (Quaternion a) (VisObject a)
  | RotEulerDeg (Euler a) (VisObject a)
  | Scale (a, a, a) (VisObject a)
  | Cylinder (a, a) GlossColor.Color
  | Box (a, a, a) Flavour GlossColor.Color
  | Ellipsoid (a, a, a) Flavour GlossColor.Color
  | Line (Maybe a) [V3 a] GlossColor.Color
  | Arrow (a, a) (V3 a) GlossColor.Color
  | Plane (V3 a) GlossColor.Color GlossColor.Color
  | Triangle (V3 a) (V3 a) (V3 a) GlossColor.Color
  | Quad (V3 a) (V3 a) (V3 a) (V3 a) GlossColor.Color
  | Text3d String (V3 a) BitmapFont GlossColor.Color
  | Text2d String (a, a) BitmapFont GlossColor.Color
  | Points [V3 a] (Maybe GLfloat) GlossColor.Color
  | ObjModel LoadedObjModel GlossColor.Color
  | ...
```

*play :: Real b ⇒*

*Options*

→ *Double* -- sample time

→ *world* -- initial state

→ (*world* → (*VisObject b, Maybe Cursor*)) -- draw function

→ (*Float* → *world* → *world*) -- state propagation function

→ (*world* → *IO ()*) -- set where camera looks

→ *Maybe* (*world* → *Key* → *KeyState* → *Modifiers* → *Position* → *world*)

→ *Maybe* (*world* → *Position* → *world*) -- mouse drag

→ *Maybe* (*world* → *Position* → *world*) -- mouse move

→ *IO ()*



## **Debugování, testování, benchmarking**

---

Problém: koukání debuggerem na proměnné a postup výpočtu nedává smysl.

- To je ve skutečnosti dobře.
- Proměnné neexistují a hodnoty většinou nemají hodnotu (jen thunk).
- Postup výpočtu je pro člověka obtížně stravitelný
- Skompilovaný kód nemá s původním nutně společnou strukturu

Problém: koukání debuggerem na proměnné a postup výpočtu nedává smysl.

- To je ve skutečnosti dobře.
- Proměnné neexistují a hodnoty většinou nemají hodnotu (jen thunk).
- Postup výpočtu je pro člověka obtížně stravitelný
- Skompilovaný kód nemá s původním nutně společnou strukturu

Místo toho:

- Máme efektivní interpreter
- Máme užitečný typový systém
- Umíme trasovat

## Program nejde skompilovat kvůli typům

Běžný programátor nemá v hlavě typový systém. (Matfyzáci by ale měli.)

Nejlepší řešení: `_` a.k.a. Typed Hole

`_ (+1) [1, 2, 3]`

Found hole: `_ :: (Integer → Integer) → [Integer] → t`

## Program nejde skompilovat kvůli typům

Běžný programátor nemá v hlavě typový systém. (Matfyzáci by ale měli.)

Nejlepší řešení: `_` a.k.a. Typed Hole

```
_ (+1) [1, 2, 3]
```

Found hole: `_ :: (Integer → Integer) → [Integer] → t`

```
foldl _ 0 ["asd", "qwe"]
```

Found hole:

## Program nejde skompilovat kvůli typům

Běžný programátor nemá v hlavě typový systém. (Matfyzáci by ale měli.)

Nejlepší řešení: `_` a.k.a. Typed Hole

```
_ (+1) [1, 2, 3]
```

Found hole: `_ :: (Integer → Integer) → [Integer] → t`

```
foldl _ 0 ["asd", "qwe"]
```

Found hole: `_ :: b → [Char] → b`

Where: `b` is a rigid type variable with inferred type `Num b ⇒ b`

Užitečná pomůcka: Hoogle umí type search.

Běžný problém: Chyba se propaguje do jiné funkce a problém způsobí až tam.

```
let concatMonoids = foldr mempty (◇)  
...  
print $ concatMonoids ["neco", "tamto"]
```

Běžný problém: Chyba se propaguje do jiné funkce a problém způsobí až tam.

```
let concatMonoids = foldr mempty (◇)  
...  
print $ concatMonoids ["neco", "tamto"]
```

No instance for  $(Show\ (mO \rightarrow mO \rightarrow mO))$ ?



```
let concatMonoids = foldr mempty (◇)  
...  
print $ (concatMonoids ["a", "bcd"] :: _)
```

Found type wildcard `_` standing for  $mO \rightarrow mO \rightarrow mO$

```
let concatMonoids :: _  
    concatMonoids = foldr mempty (◇)  
...  
print $ concatMonoids ["a", "bcd"]
```

Found type wildcard \_ standing for  $[a] \rightarrow mO \rightarrow mO \rightarrow mO$

...to úplně nesedí s očekáváním!

## Typová chyba je moc složitá

```
let concatMonoids :: Monoid m => [m] -> m
    concatMonoids = foldr mempty (◇)
```

...

```
print $ concatMonoids ["a", "bcd"]
```

Couldn't match type  $m$  with  $mO \rightarrow mO \rightarrow mO$

In the expression: *foldr mempty* (◇)

Chybová hláška nejde hlouběji, problém bude ve *foldr*

```
:t foldr
```

```
foldr :: Foldable t => (a -> b -> b) -> b -> t a -> b
```

Po opravách se můžeme podívat, jestli si typový systém nemyslí něco generičtějšího:

```
:t foldr (<>) mempty
```

$$\text{foldr } (\diamond) \text{ mempty} :: (\text{Monoid } b, \text{Foldable } t) \Rightarrow t\ b \rightarrow b$$

Co když potřebujeme rychle vidět, co si program myslí uprostřed nějakého výpočtu?

- C-style řešení: `printf`
- Haskell, SW development řešení:  
Všechny funkce předělám na IO, aby fungoval *print!*
- Haskell, vhodné dočasné neinvazivní řešení: *Debug.Trace*

Co když potřebujeme rychle vidět, co si program myslí uprostřed nějakého výpočtu?

- C-style řešení: `printf`
- Haskell, SW development řešení:  
Všechny funkce předělám na IO, aby fungoval *print!*
- Haskell, vhodné dočasné neinvazivní řešení: *Debug.Trace*

$trace :: String \rightarrow a \rightarrow a$

```
ghci> if 3 < 4 then trace "funguje" 5 else 6
funguje
5
```

(Vedlejší efekty a strictness můžou rozbít zbytek programu, v produkčním kódu nemají co dělat.)

*trace* :: *String* → *val* → *val*

*traceShow* :: *Show msg* ⇒ *msg* → *val* → *val*

*traceShowId* :: *Show val* ⇒ *val* → *val*

*traceM* :: *Applicative f* ⇒ *String* → *f* ()

*traceShowM* :: (*Show msg*, *Applicative f*) ⇒ *msg* → *f* ()

```
import Debug.SimpleReflect
```

```
product [1..10] :: Expr
```

$\leadsto 1 * 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$

```
foldr (+) 0 [1..4] :: Expr
```

$\leadsto 1 + (2 + (3 + (4 + 0)))$

```
map f [1,2,3] :: [Expr]
```

$\leadsto [f\ 1, f\ 2, f\ 3]$

```
scanl f 0 [1..3] :: [Expr]
```

$\leadsto [0, f\ 0\ 1, f\ (f\ 0\ 1)\ 2, f\ (f\ (f\ 0\ 1)\ 2)\ 3]$

```
mapM_ print $ reduction (1 * 2 + 3 * 4)
```

$\leadsto 1 * 2 + 3 * 4$

$2 + 3 * 4$

$2 + 12$

14



Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený type-driven developmentem
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy testovat v `ghci`
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ fungující polymorfismus zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený **type-driven developmentem**
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy testovat v `ghci`
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ fungující polymorfismus zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený type-driven developmentem
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy **testovat v ghci**
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ fungující polymorfismus zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený type-driven developmentem
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy testovat v `ghci`
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ fungující polymorfismus zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený type-driven developmentem
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy testovat v `ghci`
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ **fungující polymorfismus** zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

Unit testy nejsou v Haskellu populární, většinou jde o (zlo)zvyk z jiných jazyků.

- ☹ test-driven development je nahrazený type-driven developmentem
- ☹ absence vedlejších efektů dovoluje i obrovské programy testovat v `ghci`
- ☹ unit testy nejsou integrační testy
- ☹ fungující polymorfismus zmenšuje pokrytelný prostor
- ☼ správně napsané unit testy jdou považovat za vyšší variantu dokumentace
- ☼ v týmovém prostředí je unit testing univerzální ochranou proti ostatním programátorům

## Běžné použití:

- `cabal` nastavíme na používání unit testů
- do `test/` vyrobíme samostatný program který spouští testování
- Použijeme *Test.HUnit* k vytvoření pěkného interface programu

```
test/main.hs
```

```
import FindIdentifier (findIdentifier)
```

```
import Test.HUnit
```

```
testEmpty = TestCase $ assertEquals "Should get Nothing from an empty string"  
    Nothing (findIdentifier "" (1,1))
```

```
testNegCursor = TestCase $ assertEquals "Should get Nothing when cursor is negat  
    Nothing (findIdentifier "a" (-1,-1))
```

```
testMinimal = TestCase $ assertEquals "Minimal program"  
    (Just "main") (findIdentifier "main = print 42" (1,2))
```

```
main = runTestTT $ TestList [testEmpty, testNegCursor, testMinimal]
```



Psát testy ručně je otrava. Použijme fuzzer.

```
import Test.QuickCheck
```

```
prop_reverse :: [Int] → Bool
```

```
prop_reverse xs = reverse (reverse xs) ≡ xs
```

```
ghci> quickCheck prop_reverse
```

```
>>> quickCheck prop_reverse
```

```
+++ OK, passed 100 tests.
```

```
ghci> quickCheck $ \a -> a + 1 == a + 1
```

```
+++ OK, passed 100 tests.
```

```
ghci> quickCheck $ \a -> abs (a*a) == a*a
```

```
+++ OK, passed 100 tests.
```

```
ghci> quickCheck $ \a -> abs (a*a*a) == a*a*a
```

```
*** Failed! Falsifiable (after 4 tests and 2 shrinks):
```

```
-1
```

```
ghci> quickCheck $  
  \a -> (if a == 20 then 666 else a) == a  
+++ OK, passed 100 tests.
```

```
ghci> quickCheck . withMaxSuccess 10000 $  
  \a -> (if a == 20 then 666 else a) == a  
*** Failed! Falsifiable (after 22 tests):  
20
```

```
ghci> quickCheck $ \xs n -> xs !! n == head (drop n xs)
*** Failed! Exception: 'Prelude.!!!: index too large'
[]
0
```

```
ghci> quickCheck $ \(NonEmpty xs) (NonNegative n) ->
      xs !! n == head (drop n xs)
*** Failed! Exception: 'Prelude.!!!: index too large'
NonEmpty {getNonEmpty = [()]}
NonNegative {getNonNegative = 1}
```

```
ghci> quickCheck $ \(NonEmpty xs) (NonNegative n) ->  
      n < length xs ==> xs !! n == head (drop n xs)
```

```
+++ OK, passed 100 tests; 61 discarded.
```

Jak QuickCheck hledá, co testovat?

```
class Arbitrary a where  
  arbitrary :: Gen a  
  shrink :: a → [a]
```

- *Gen* je *State*-like monáda poskytující náhodná čísla
- *arbitrary* by mělo v *Gen* výpočtu vyrobit náhodný objekt typu *a*
- *shrink* by mělo z většího generovaného náhodného objektu vyrobit pod-objekty (např. kvůli přesnější lokalizaci chyby)

Benchmarky typicky vyžadují:

- spustit víc běhů
- změřit výsledek na různých velikostech dat
- neměřit okamžité líné vyhodnocování

Haskellí řešení: *Criterion* + *DeepSeq*

Zjistíme, o kolik je *Integer* pomalejší než *Int*.

*sumN* *n* = *sum* [1 .. *n*]

*fact* *n* = *product* [1 .. *n*]

*sumNi* = *sumN* :: *Int* → *Int*

*sumNhi* = *sumN* :: *Integer* → *Integer*

*facti* = *fact* :: *Int* → *Int*

*facthi* = *fact* :: *Integer* → *Integer*



Zjistíme, o kolik je *Integer* pomalejší než *Int*.

*sumN* *n* = *sum* [1 .. *n*]

*fact* *n* = *product* [1 .. *n*]

*sumNi* = *sumN* :: *Int* → *Int*

*sumNhi* = *sumN* :: *Integer* → *Integer*

*facti* = *fact* :: *Int* → *Int*

*facthi* = *fact* :: *Integer* → *Integer*

*problemSizes* = [1, 30 .. 100]

*mkBench* *f* *size* = *bench* (*show* *size*) \$ *nf* *f* \$ *fromInteger* *size*

*mkBench* *f* = *map* (*mkBench* *f*) *problemSizes*

Zjistíme, o kolik je *Integer* pomalejší než *Int*.

*sumN n = sum [1..n]*

*fact n = product [1..n]*

*sumNi = sumN :: Int → Int*

*sumNhi = sumN :: Integer → Integer*

*facti = fact :: Int → Int*

*facthi = fact :: Integer → Integer*

*problemSizes = [1, 30..100]*

*mkBench f size = bench (show size) \$ nf f \$ fromInteger size*

*mkBenches f = map (mkBench f) problemSizes*

Zjistíme, o kolik je *Integer* pomalejší než *Int*.

*sumN n = sum [1..n]*

*fact n = product [1..n]*

*sumNi = sumN :: Int → Int*

*sumNhi = sumN :: Integer → Integer*

*facti = fact :: Int → Int*

*facthi = fact :: Integer → Integer*

*problemSizes = [1, 30..100]*

*mkBench f size = bench (show size) \$ nf f \$ fromInteger size*

*mkBenches f = map (mkBench f) problemSizes*

```
main = defaultMain [  
  bgroup "sum-int" $ mkBenches sumNi,  
  bgroup "sum-integer" $ mkBenches sumNhi,  
  bgroup "fact-int" $ mkBenches facti,  
  bgroup "fact-integer" $ mkBenches facthi]
```

Hint: je vhodné kompilovat s -O

```
main = defaultMain [  
    bgroup "sum-int" $ mkBenches sumNi,  
    bgroup "sum-integer" $ mkBenches sumNhi,  
    bgroup "fact-int" $ mkBenches facti,  
    bgroup "fact-integer" $ mkBenches facthi]
```

Hint: je vhodné kompilovat s -O

```
$ ./ints --help
```

```
Microbenchmark suite - built with criterion 1.5.2.0
```

```
Usage: ints [-I|--ci CI] [-L|--time-limit SECS]  
          [--resamples COUNT] ...
```

```
$ ./ints
```

```
benchmarking sum-int/1
```

|      |          |                        |
|------|----------|------------------------|
| time | 8.832 ns | (8.723 ns .. 8.952 ns) |
|      | 0.996 R2 | (0.991 R2 .. 0.999 R2) |

|      |          |                        |
|------|----------|------------------------|
| mean | 9.068 ns | (8.829 ns .. 9.675 ns) |
|------|----------|------------------------|

|         |          |                        |
|---------|----------|------------------------|
| std dev | 1.246 ns | (536.7 ps .. 2.682 ns) |
|---------|----------|------------------------|

```
variance introduced by outliers: 96% (severely inflated)
```

```
...
```

```
benchmarking sum-int/88
```

```
time                75.10 ns    (74.46 ns .. 76.07 ns)
```

```
benchmarking sum-integer/88
```

```
time                1.529 us    (1.516 us .. 1.550 us)
```

```
benchmarking fact-int/88
```

```
time                103.7 ns    (99.13 ns .. 108.3 ns)
```

```
benchmarking fact-integer/88
```

```
time                3.645 us    (3.593 us .. 3.723 us)
```

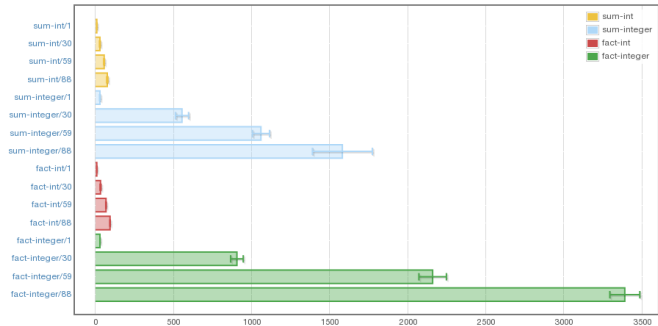
# Criterion — výsledek

```
$ ./ints --output vysledek.html
```

criterion performance measurements

overview

[want to understand this report?](#)



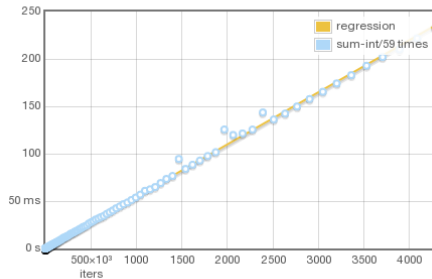
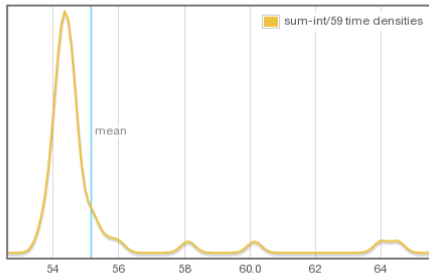
sum-int/1



# Criterion – výsledek

```
$ ./ints --output vysledek.html
```

sum-int/59



|                                | lower bound | estimate       | upper bound |
|--------------------------------|-------------|----------------|-------------|
| OLS regression                 | 54.5 ns     | <b>55.0 ns</b> | 55.7 ns     |
| R <sup>2</sup> goodness-of-fit | 0.997       | <b>0.998</b>   | 1.000       |
| Mean execution time            | 54.7 ns     | <b>55.2 ns</b> | 56.2 ns     |
| Standard deviation             | 1.22 ns     | <b>2.30 ns</b> | 3.69 ns     |

Outlying measurements have severe (63.5%) effect on estimated standard deviation.

Problém: není genericky jasné, jak (a jak moc) forcovat složitější typy.

```
nf :: Control.DeepSeq.NFData b ⇒
```

```
  (a → b) → a → Benchmarkable
```

```
data Tree = Leaf Int | Branch Tree Tree
```

```
instance NFData Tree where
```

```
  rnf (Leaf i)      = rnf i 'seq' ()
```

```
  rnf (Branch l r) = rnf l 'seq' rnf r 'seq' ()
```

Definice `seq` **nesouvisí s pořadím vyhodnocení!**

Problém: není genericky jasné, jak (a jak moc) forcovat složitější typy.

```
nf :: Control.DeepSeq.NFData b ⇒
```

```
  (a → b) → a → Benchmarkable
```

```
data Tree = Leaf Int | Branch Tree Tree
```

```
instance NFData Tree where
```

```
  rnf (Leaf i)      = rnf i 'seq' ()
```

```
  rnf (Branch l r) = rnf l 'seq' rnf r 'seq' ()
```

Definice `seq` **nesouvisí s pořadím vyhodnocení!**

Pokud  $a$  má slabou hlavově normální formu (WHNF), `seq a b` vrátí  $b$ . Pokud  $a$  nemá WHNF, `seq a b` taky nemá WHNF.

(intuice:  $\min a b$ )

# **Webové aplikace**

---

- Databáze
  - CokolivSQL ElasticSearch, Mongo, Redis, ...
- API klient
- Back-end
  - webserver, request routing, API endpointy
- API
  - HTML
  - JSON
  - ...
- Front-end
  - Javascript
- Browser

Haskell jde nasadit na všech úrovních.

# Architektura typické webové aplikace

- Databáze
  - CokolivSQL ElasticSearch, Mongo, Redis, ...
- API klient
- Back-end
  - webserver, request routing, API endpointy
- API
  - HTML
  - JSON
  - ...
- Front-end
  - Javascript
- Browser

Haskell jde nasadit na všech úrovních.

```
import Network.HTTP.Simple
import qualified Data.ByteString.Lazy.Char8 as L8
main = do
    response ← httpLBS "https://test.cz/stranka"
    print (getResponseStatusCode response)
    L8.putStrLn $ getResponseBody response
```

```
import Network.HTTP.Simple
import qualified Data.ByteString.Lazy.Char8 as L8
main = do
    response ← httpLBS "https://test.cz/stranka"
    print (getResponseStatusCode response)
    L8.putStrLn $ getResponseBody response
```



```
import Network.HTTP.Simple
import qualified Data.ByteString.Lazy.Char8 as L8
main = do
    response ← httpLBS "https://test.cz/stranka"
    print (getResponseStatusCode response)
    L8.putStrLn $ getResponseBody response
```

```
import Network.HTTP.Simple
import qualified Data.ByteString.Lazy.Char8 as L8
main = do
    response ← httpLBS "https://test.cz/stranka"
    print (getResponseStatusCode response)
    L8.putStrLn $ getResponseBody response
```

```
import Data.Aeson (Value)
import qualified Data.ByteString.Char8 as S8
import qualified Data.Yaml as Yaml
import Network.HTTP.Simple

main :: IO ()
main = do
  request' ← parseRequest "POST http://data.cz/vec"
  let request
    = setRequestMethod "PUT"
    $ setRequestPath "/polozit"
    $ setRequestQueryString [("parametr", Just "hodnota")]
    $ setRequestBodyLBS "DataData"
    $ setRequestSecure True
    $ setRequestPort 443
    $ request'
  response ← httpJSON request

  print $ getResponseHeader "Content-Type" response
  S8.putStrLn $ Yaml.encode (getResponseBody response :: Value)
```

```
import Data.Aeson (Value)
import qualified Data.ByteString.Char8 as S8
import qualified Data.Yaml as Yaml
import Network.HTTP.Simple

main :: IO ()
main = do
  request' ← parseRequest "POST http://data.cz/vec"
  let request
    = setRequestMethod "PUT"
    $ setRequestPath "/polozit"
    $ setRequestQueryString [("parametr", Just "hodnota")]
    $ setRequestBodyLBS "DataData"
    $ setRequestSecure True
    $ setRequestPort 443
    $ request'
  response ← httpJSON request

  print $ getResponseHeader "Content-Type" response
  S8.putStrLn $ Yaml.encode (getResponseBody response :: Value)
```

```
import Data.Aeson (Value)
import qualified Data.ByteString.Char8 as S8
import qualified Data.Yaml as Yaml
import Network.HTTP.Simple

main :: IO ()
main = do
  request' ← parseRequest "POST http://data.cz/vec"
  let request
    = setRequestMethod "PUT"
    $ setRequestPath "/polozit"
    $ setRequestQueryString [("parametr", Just "hodnota")]
    $ setRequestBodyLBS "DataData"
    $ setRequestSecure True
    $ setRequestPort 443
    $ request'
  response ← httpJSON request
  print $ getResponseHeader "Content-Type" response
  S8.putStrLn $ Yaml.encode (getResponseBody response :: Value)
```

```
import Data.Aeson (Value)
import qualified Data.ByteString.Char8 as S8
import qualified Data.Yaml as Yaml
import Network.HTTP.Simple

main :: IO ()
main = do
  request' ← parseRequest "POST http://data.cz/vec"
  let request
    = setRequestMethod "PUT"
    $ setRequestPath "/polozit"
    $ setRequestQueryString [("parametr", Just "hodnota")]
    $ setRequestBodyLBS "DataData"
    $ setRequestSecure True
    $ setRequestPort 443
    $ request'
  response ← httpJSON request
  print $ getResponseHeader "Content-Type" response
  S8.putStrLn $ Yaml.encode (getResponseBody response :: Value)
```

Standardní řešení parsování a generování JSONu je *Data.Aeson*.

```
data Value = Object (Map Text Value)
            | Array (Vector Value)
            | String Text | Number Number | Bool Bool
            | Null
```

```
class FromJSON a where
    parseJSON :: Value → Parser a
```

```
class ToJSON a where
    toJSON :: a → Value
```

```
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                           jednotka :: String }
```

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
    toJSON (Hodnota m j) = Object $  
        fromList [ ("mnozstvi", Number (D m)),  
                   ("jednotka", String j)]
```

```
instance FromJSON Hodnota where
```

```
    parseJSON (Object a) =  
        Hodnota <$> a .: "mnozstvi"  
        <*> a .: "jednotka"  
    parseJSON _ = mzero
```



```
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                           jednotka :: String }
```

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
  toJSON (Hodnota m j) = Object $  
    fromList [ ("mnozstvi", Number (D m)),  
               ("jednotka", String j) ]
```

```
instance FromJSON Hodnota where
```

```
  parseJSON (Object a) =  
    Hodnota <$> a . : "mnozstvi"  
    <*> a . : "jednotka"  
  parseJSON _ = mzero
```

```
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                           jednotka :: String }
```

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
  toJSON (Hodnota m j) = Object $  
    fromList [ ("mnozstvi", Number (D m)),  
               ("jednotka", String j) ]
```

```
instance FromJSON Hodnota where
```

```
  parseJSON (Object a) =  
    Hodnota <$> a .: "mnozstvi"  
      <*> a .: "jednotka"  
  parseJSON _ = mzero
```

```
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                           jednotka :: String }
```

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
    toJSON (Hodnota m j) = Object $  
        fromList [ ("mnozstvi", Number (D m)),  
                   ("jednotka", String j)]
```

```
instance FromJSON Hodnota where
```

```
    parseJSON (Object a) =  
        Hodnota <$> a .: "mnozstvi"  
        <*> a .: "jednotka"  
    parseJSON _ = mzero
```

Výhoda: prakticky všechny JSONovité balíky umí transparentně používat instance *FromJSON* a *ToJSON*; běžné typy mají instance předpřipravené.

Manuální použití:

$$\text{encode} :: \text{ToJSON } a \Rightarrow a \rightarrow \text{ByteString}$$
$$\text{decode} :: \text{FromJSON } a \Rightarrow \text{ByteString} \rightarrow \text{Maybe } a$$
$$\text{decode } "[123,234]" :: \text{Maybe } [\text{Int}]$$
$$\leadsto \text{Just } [123, 234]$$
$$\text{encode } [123, 234]$$
$$\leadsto "[123,234]"$$

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric #-}  
  
import GHC.Generics  
  
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                          jednotka :: String }  
    deriving (Show, Generic)  
  
instance ToJSON Hodnota where  
    toJSON = genericToJSON  
  
instance FromJSON Hodnota where  
    parseJSON = genericParseJSON  
  
decode "{ \"mnozstvi\": 123, \"jednotka\": \"cm\" }" :: Maybe Hodnota  
    ~> Just (Hodnota { mnozstvi = 123.0, jednotka = "cm" })  
  
encode $ Hodnota 42 "kg"  
    ~> "{ \"jednotka\": \"kg\", \"mnozstvi\": 42 }"
```

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric #-}  
  
import GHC.Generics  
  
data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,  
                        jednotka :: String }  
    deriving (Show, Generic)  
  
instance ToJSON Hodnota where  
    toJSON = genericToJSON  
  
instance FromJSON Hodnota where  
    parseJSON = genericParseJSON  
  
decode "{ \"mnozstvi\": 123, \"jednotka\": \"cm\" }" :: Maybe Hodnota  
    ~> Just (Hodnota { mnozstvi = 123.0, jednotka = "cm" })  
  
encode $ Hodnota 42 "kg"  
    ~> "{ \"jednotka\": \"kg\", \"mnozstvi\": 42 }"
```

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric #-}

import GHC.Generics

data Hodnota = Hodnota { mnozstvi :: Double,
                        jednotka :: String }
    deriving (Show, Generic)

instance ToJSON Hodnota where
    toJSON = genericToJSON

instance FromJSON Hodnota where
    parseJSON = genericParseJSON

decode "{ \"mnozstvi\": 123, \"jednotka\": \"cm\" }" :: Maybe Hodnota
    ~> Just (Hodnota { mnozstvi = 123.0, jednotka = "cm" })

encode $ Hodnota 42 "kg"
    ~> "{ \"jednotka\": \"kg\", \"mnozstvi\": 42 }"
```

Customizace pomocí *defaultOptions* :: *Options*:

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
  toJSON = genericToJSON $ defaultOptions
```

```
    { fieldLabelModifier =  $\lambda s \rightarrow$  "hodnota_"  $\diamond$  s }
```

```
encode $ Hodnota 42 "kg"
```

```
   $\rightsquigarrow$  "{ \"hodnota_jednotka\" : \"kg\" , \"hodnota_mnozstvi\" : 42 }"
```

*Options* jde obdobně použít i pro *FromJSON*.



Customizace pomocí *defaultOptions* :: *Options*:

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
  toJSON = genericToJSON $ defaultOptions
```

```
    { fieldLabelModifier =  $\lambda s \rightarrow \text{"hodnota\_"} \diamond s$  }
```

```
encode $ Hodnota 42 "kg"
```

```
   $\rightsquigarrow$  "{ \"hodnota_jednotka\": \"kg\", \"hodnota_mnozstvi\": 42 }"
```

*Options* jde obdobně použít i pro *FromJSON*.

Customizace pomocí *defaultOptions :: Options*:

```
instance ToJSON Hodnota where
```

```
  toJSON = genericToJSON $ defaultOptions
```

```
    { fieldLabelModifier =  $\lambda s \rightarrow \text{"hodnota\_"} \diamond s$  }
```

```
encode $ Hodnota 42 "kg"
```

```
   $\leadsto$  "{ \"hodnota_jednotka\": \"kg\", \"hodnota_mnozstvi\": 42 }"
```

*Options* jde obdobně použít i pro *FromJSON*.

Generovat HTML Haskelllem ručně je poměrně jednoduché. Dostupné knihovny jako Blaze a Lucid minimalizují overhead slepování různých druhů stringů.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Lucid
```

Generovat HTML Haskellem ručně je poměrně jednoduché. Dostupné knihovny jako Blaze a Lucid minimalizují overhead slepování různých druhů stringů.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Lucid
```

Většina kombinátorů akceptuje 'obsah', monády jsou použité jako builder.

```
numbers n = do  
  head_ $ title_ "Natural numbers"  
  body_ $ do  
    p_ "A list of natural numbers:"  
    ul_ $ forM_ [1..n] (li_ · toHtml · show)
```

Generovat HTML Haskellem ručně je poměrně jednoduché. Dostupné knihovny jako Blaze a Lucid minimalizují overhead slepování různých druhů stringů.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Lucid
```

Většina kombinátorů akceptuje 'obsah', monády jsou použité jako builder.

```
numbers n = do  
  head_ $ title_ "Natural numbers"  
  body_ $ do  
    p_ "A list of natural numbers:"  
    ul_ $ forM_ [1..n] (li_ · toHtml · show)
```

Generovat HTML Haskellem ručně je poměrně jednoduché. Dostupné knihovny jako Blaze a Lucid minimalizují overhead slepování různých druhů stringů.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Lucid
```

Většina kombinátorů akceptuje 'obsah', monády jsou použité jako builder.

```
numbers n = do  
  head_ $ title_ "Natural numbers"  
  body_ $ do  
    p_ "A list of natural numbers:"  
    ul_ $ forM_ [1..n] (li_ · toHtml · show)
```

Atributy:

```
image :: Html ()  
image = img_  
  [class_ "styled"  
   ,src_ "lambda.png"  
   ,alt_ "An image of lambda."  
   ,id_ "theimage"  
  ]
```

Atributy:

```
image :: Html ()  
image = img_  
  [class_ "styled"  
   ,src_ "lambda.png"  
   ,alt_ "An image of lambda."  
   ,id_ "theimage"  
  ]
```

Obsah tagu:

```
odstavec :: Html ()  
odstavec = p_ [class_ "zarovnat"] $ em_ "Věta!"
```



```
import Database.SQLite.Simple

dbBracket :: (Connection → IO a) → IO a
dbBracket c = withConnection "database.sqlite"

createUser user password =
  dbBracket $ \db → do
    pwhash ← newHash password
    execute
      db
      "INSERT INTO users (user, pwhash) VALUES (?,?)"
      (user :: String, pwhash :: String)
```

```
import Database.SQLite.Simple

dbBracket :: (Connection → IO a) → IO a
dbBracket c = withConnection "database.sqlite"

createUser user password =
  dbBracket $ λdb → do
    pwhash ← newHash password
    execute
      db
      "INSERT INTO users (user, pwhash) VALUES (?,?)"
      (user :: String, pwhash :: String)
```

```
import Database.SQLite.Simple

dbBracket :: (Connection → IO a) → IO a
dbBracket c = withConnection "database.sqlite"

createUser user password =
  dbBracket $ λdb → do
    pwhash ← newHash password
    execute
      db
      "INSERT INTO users (user, pwhash) VALUES (?,?)"
      (user :: String, pwhash :: String)
```

```
verifyPassword user password err f =  
  dbBracket $ λdb →  
    withTransaction db $ do  
      res ←  
        query  
          db  
          "SELECT pwhash FROM users WHERE user = ?"  
          (Only (user :: String)) :: IO [[String]]  
      case res of  
        [[hash]] →  
          if checkHash password hash  
            then f db  
            else err  
        _ → err
```

```
verifyPassword user password err f =  
  dbBracket $ \db →  
    withTransaction db $ do  
      res ←  
        query  
          db  
            "SELECT pwhash FROM users WHERE user = ?"  
            (Only (user :: String)) :: IO [[String]]  
      case res of  
        [[hash]] →  
          if checkHash password hash  
            then f db  
            else err  
        _ → err
```

```
verifyPassword user password err f =  
  dbBracket $ \db →  
    withTransaction db $ do  
      res ←  
        query  
          db  
            "SELECT pwhash FROM users WHERE user = ?"  
            (Only (user :: String)) :: IO [[String]]  
      case res of  
        [[hash]] →  
          if checkHash password hash  
            then f db  
            else err  
        _ → err
```

```
verifyPassword user password err f =  
  dbBracket $ λdb →  
    withTransaction db $ do  
      res ←  
        query  
          db  
          "SELECT pwhash FROM users WHERE user = ?"  
          (Only (user :: String)) :: IO [[String]]  
      case res of  
        [[hash]] →  
          if checkHash password hash  
            then f db  
            else err  
        _ → err
```

## SQL DSL (Selda)

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric, OverloadedStrings, OverloadedLabels #-}  
import Database.Selda  
import Database.Selda.SQLite  
  
data Pet = Dog | Horse | Dragon  
    deriving (Show, Read, Bounded, Enum)  
instance SqlType Pet  
  
data Person = Person  
    { name :: Text  
    , age  :: Int  
    , pet  :: Maybe Pet  
    } deriving Generic  
instance SqlRow Person  
  
people :: Table Person  
people = table "people" [#name : — primary]
```



## SQL DSL (Selda)

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric, OverloadedStrings, OverloadedLabels #-}  
import Database.Selda  
import Database.Selda.SQLite  
  
data Pet = Dog | Horse | Dragon  
    deriving (Show, Read, Bounded, Enum)  
instance SqlType Pet  
  
data Person = Person  
    { name :: Text  
    , age  :: Int  
    , pet  :: Maybe Pet  
    } deriving Generic  
instance SqlRow Person  
  
people :: Table Person  
people = table "people" [#name : — primary]
```

## SQL DSL (Selda)

```
{-# LANGUAGE DeriveGeneric, OverloadedStrings, OverloadedLabels #-}  
import Database.Selda  
import Database.Selda.SQLite  
  
data Pet = Dog | Horse | Dragon  
    deriving (Show, Read, Bounded, Enum)  
instance SqlType Pet  
  
data Person = Person  
    { name :: Text  
    , age  :: Int  
    , pet  :: Maybe Pet  
    } deriving Generic  
instance SqlRow Person  
  
people :: Table Person  
people = table "people" [#name : — primary]
```

```
main = withSQLite "people.sqlite" $ do
  createTable people
  insert_
    people
    [ Person "Velvet"      19 (Just Dog)
    , Person "Kobayashi" 23 (Just Dragon)
    , Person "Miyu"       10 Nothing
    ]
  adultsAndTheirPets ← query $ do
    person ← select people
    restrict (person ! #age . >= 18)
    return $ person ! #name : * : person ! #pet
  liftIO $ print adultsAndTheirPets
```

```
main = withSQLite "people.sqlite" $ do
  createTable people
  insert_
    people
    [ Person "Velvet"      19 (Just Dog)
    , Person "Kobayashi" 23 (Just Dragon)
    , Person "Miyu"       10 Nothing
    ]
  adultsAndTheirPets ← query $ do
    person ← select people
    restrict (person ! #age . >= 18)
    return $ person ! #name : * : person ! #pet
  liftIO $ print adultsAndTheirPets
```

```
main = withSQLite "people.sqlite" $ do
  createTable people
  insert_
    people
    [ Person "Velvet"      19 (Just Dog)
    , Person "Kobayashi" 23 (Just Dragon)
    , Person "Miyu"       10 Nothing
    ]
  adultsAndTheirPets ← query $ do
    person ← select people
    restrict (person ! #age . >= 18)
    return $ person ! #name : * : person ! #pet
  liftIO $ print adultsAndTheirPets
```

```
main = withSQLite "people.sqlite" $ do
  createTable people
  insert_
    people
    [ Person "Velvet"      19 (Just Dog)
    , Person "Kobayashi" 23 (Just Dragon)
    , Person "Miyu"       10 Nothing
    ]
  adultsAndTheirPets ← query $ do
    person ← select people
    restrict (person ! #age . >= 18)
    return $ person ! #name : * : person ! #pet
  liftIO $ print adultsAndTheirPets
```

Nejběžnější balíky:

- `wai` — Web Application Interface, nízkoúrovňový základ pro HTTP protokol
- `warp` — HTTP server
- *Yesod* — `warp` obalený RESTful datovým modelem a Template Haskellem
- *Scotty* — podstatně tenčí a praktičtější obal
- *Servant* — Typové definice API, automatické generování serverového, klientského a javascriptového kódu.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Network.Wai  
import Network.HTTP.Types  
import Network.Wai.Handler.Warp (run)  
  
app :: Application  
app _respond = do  
    putStrLn "Někdo něco chce!"  
    respond $ responseLBS  
        status200  
        [("Content-Type", "text/html")]  
        "<html><body><h1>Nazdar!</h1></body></html>"  
  
main = run 8080 app
```



```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Network.Wai  
import Network.HTTP.Types  
import Network.Wai.Handler.Warp (run)  
  
app :: Application  
app _ respond = do  
    putStrLn "Někdo něco chce!"  
    respond $ responseLBS  
        status200  
        [ ("Content-Type", "text/html") ]  
        "<html><body><h1>Nazdar!</h1></body></html>"  
  
main = run 8080 app
```

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}
import Web.Scotty
import qualified Data.Text as T
import qualified Data.Map as M

main = scotty 8080 $
  get "/pozdrav/:jmeno" $ do
    jmeno ← param "jmeno"
    html $ "<h1>Nazdar, " ◊ jmeno ◊ "!</h1>"
  post "/log/:zprava" $ do
    param "zprava" >>= liftIO T.putStrLn . ("Log: " ◊)
    json $ M.fromList [("status" : "ok")]
```

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}
import Web.Scotty
import qualified Data.Text as T
import qualified Data.Map as M

main = scotty 8080 $
  get "/pozdrav/:jmeno" $ do
    jmeno ← param "jmeno"
    html $ "<h1>Nazdar, " ◊ jmeno ◊ "!</h1>"
  post "/log/:zprava" $ do
    param "zprava" >>= liftIO T.putStrLn . ("Log: " ◊)
    json $ M.fromList [("status" : "ok")]
```

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Web.Scotty  
import qualified Data.Text as T  
import qualified Data.Map as M  
  
main = scotty 8080 $  
  get "/pozdrav/:jmeno" $ do  
    jmeno ← param "jmeno"  
    html $ "<h1>Nazdar, " ◊ jmeno ◊ "!</h1>"  
  post "/log/:zprava" $ do  
    param "zprava" >>= liftIO T.putStrLn · ("Log: " ◊)  
    json $ M.fromList [("status" : "ok")]
```

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}
import Web.Scotty
import qualified Data.Text as T
import qualified Data.Map as M

main = scotty 8080 $
  get "/pozdrav/:jmeno" $ do
    jmeno ← param "jmeno"
    html $ "<h1>Nazdar, " ◊ jmeno ◊ "!</h1>"
  post "/log/:zprava" $ do
    param "zprava" >>= liftIO T.putStrLn . ("Log: " ◊)
    json $ M.fromList [("status" : "ok")]
```

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}
import Web.Scotty
import qualified Data.Text as T
import qualified Data.Map as M
main = scotty 8080 $
  get "/pozdrav/:jmeno" $ do
    jmeno ← param "jmeno"
    html $ "<h1>Nazdar, " ◊ jmeno ◊ "!</h1>"
  post "/log/:zprava" $ do
    param "zprava" >>> liftIO T.putStrLn · ("Log: " ◊)
    json $ M.fromList [("status" : "ok")]
```

```
{-# LANGUAGE DataKinds #-}  
{-# LANGUAGE DeriveGeneric #-}  
{-# LANGUAGE FlexibleInstances #-}  
{-# LANGUAGE GeneralizedNewtypeDeriving #-}  
{-# LANGUAGE MultiParamTypeClasses #-}  
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
{-# LANGUAGE RankNTypes #-}  
{-# LANGUAGE ScopedTypeVariables #-}  
{-# LANGUAGE TypeOperators #-}
```

```
import Prelude ()  
import Prelude.Compat  
  
import Control.Monad.Except  
import Control.Monad.Reader  
import Data.Aeson  
import Data.Aeson.Types  
import Data.Attoparsec.ByteString  
import Data.ByteString (ByteString)  
import Data.List  
import Data.Maybe  
import Data.String.Conversions  
import Data.Time.Calendar  
import GHC.Generics  
import Lucid  
import Network.HTTP.Media ((//), (/ :))  
import Network.Wai  
import Network.Wai.Handler.Warp  
import Servant
```

```
type UserAPI =  
    "users" :> Get '[JSON] [User]  
    : <|>  
    "posts" :> Get '[JSON] [Post]  
  
server :: Server UserAPI  
server = return users : <|> return posts  
  
userAPI :: Proxy UserAPI  
userAPI = Proxy  
  
app :: Application  
app = serve userAPI server  
  
main = run 8080 app
```



```
type UserAPI =  
    "users" :> Get '[JSON] [User]  
    :<|>  
    "posts" :> Get '[JSON] [Post]  
  
server :: Server UserAPI  
server = return users :<|> return posts  
  
userAPI :: Proxy UserAPI  
userAPI = Proxy  
  
app :: Application  
app = serve userAPI server  
  
main = run 8080 app
```

```
type UserAPI =  
  "users" :> Get '[JSON] [User]  
  :<|>  
  "posts" :> Get '[JSON] [Post]  
  
server :: Server UserAPI  
server = return users :<|> return posts  
  
userAPI :: Proxy UserAPI  
userAPI = Proxy  
  
app :: Application  
app = serve userAPI server  
  
main = run 8080 app
```

```
type UserAPI =  
  "users" :> Get '[JSON] [User]  
  :<|>  
  "posts" :> Get '[JSON] [Post]  
  
server :: Server UserAPI  
server = return users :<|> return posts  
  
userAPI :: Proxy UserAPI  
userAPI = Proxy  
  
app :: Application  
app = serve userAPI server  
  
main = run 8080 app
```

```
type UserAPI =  
  "users" :> Get '[JSON] [User]  
  :<|>  
  "posts" :> Get '[JSON] [Post]  
  
server :: Server UserAPI  
server = return users :<|> return posts  
  
userAPI :: Proxy UserAPI  
userAPI = Proxy  
  
app :: Application  
app = serve userAPI server  
  
main = run 8080 app
```

Jak se zeptat na API?

```
users : <|> posts = client userAPI
```

Použití:

```
runClientM users  
  (mkClientEnv  
    (newManager defaultManagerSettings)  
    (BaseUrl Http "userdb.cz" 8080 "")  
  )  
  :: IO [User]
```

Jak se zeptat na API?

```
users : <|> posts = client userAPI
```

Použití:

```
runClientM users  
(mkClientEnv  
  (newManager defaultManagerSettings)  
  (BaseUrl Http "userdb.cz" 8080 "")  
)  
:: IO [User]
```

Jak se zeptat na API?

```
users : <|> posts = client userAPI
```

Použití:

```
runClientM users  
  (mkClientEnv  
    (newManager defaultManagerSettings)  
    (BaseURL Http "userdb.cz" 8080 ""))  
)  
:: IO [User]
```

Jak se zeptat na API?

```
users : <|> posts = client userAPI
```

Použití:

```
runClientM users  
  (mkClientEnv  
    (newManager defaultManagerSettings)  
    (BaseUrl Http "userdb.cz" 8080 ""))  
  )  
:: IO [User]
```



## Bonusy!

### Javaskriptový API klient pro jQuery:

*apiJS :: Text*

*apiJS = jsForAPI userAPI jquery*

### API dokumentující jiné API:

*apiDocs :: API*

*apiDocs = docs userAPI*

Tradiční webový front-endový jazyk je Javaskript (a moc toho s tím nenaděláme).

Tradiční webový front-endový jazyk je Javaskript (a moc toho s tím nenaděláme).

Haskell jde přeložit do Javaskriptu!

- GHCJS (<https://github.com/ghcjs/ghcjs>)
- Existuje několik užitečných knihoven, např. Reflex-DOM.

Méně brutální řešení:

- (Coffee/Type)Script
- PureScript
- Elm

(jazyky jsou občas polovičaté, ale pořád lepší než Javaskript)

```
import Browser
import Html exposing (Html, button, div, text)
import Html.Events exposing (onClick)

main =
  Browser.sandbox {
    init = 0,
    update = update,
    view = view }

type Msg = Increment | Decrement
```

```
update msg model =
  case msg of
    Increment →
      model + 1
    Decrement →
      model - 1

view model =
  div []
    [button [onClick · (Decrement)] [text "-"]
    , div [] [text (String.fromInt model)]
    , button [onClick · (Increment)] [text "+"]
    ]
```

```
import Browser
import Html exposing (Html, button, div, text)
import Html.Events exposing (onClick)

main =
  Browser.sandbox {
    init = 0,
    update = update,
    view = view }

type Msg = Increment | Decrement
```

```
update msg model =
  case msg of
    Increment →
      model + 1
    Decrement →
      model - 1

view model =
  div []
    [button [onClick · (Decrement)] [text "-"]
    , div [] [text (String.fromInt model)]
    , button [onClick · (Increment)] [text "+"]
    ]
```

```
import Browser
import Html exposing (Html, button, div, text)
import Html.Events exposing (onClick)

main =
  Browser.sandbox {
    init = 0,
    update = update,
    view = view }

type Msg = Increment | Decrement
```

```
update msg model =
  case msg of
    Increment →
      model + 1
    Decrement →
      model - 1

view model =
  div []
    [button [onClick · (Decrement)] [text "-"]
    , div [] [text (String.fromInt model)]
    , button [onClick · (Increment)] [text "+"]
    ]
```

```
import Browser
import Html exposing (Html, button, div, text)
import Html.Events exposing (onClick)

main =
  Browser.sandbox {
    init = 0,
    update = update,
    view = view }

type Msg = Increment | Decrement
```

```
update msg model =
  case msg of
    Increment →
      model + 1
    Decrement →
      model - 1

view model =
  div []
    [button [onClick · (Decrement)] [text "-"]
    , div [] [text (String.fromInt model)]
    , button [onClick · (Increment)] [text "+"]
    ]
```



Funkcionální Reaktivní Programování je zajímavý způsob jak popisovat dynamicky se měnící objekty. Uživatelské interfacery jsou vhodné místo k použití.

Funkcionální Reaktivní Programování je zajímavý způsob jak popisovat dynamicky se měnící objekty. Uživatelské interfacery jsou vhodné místo k použití.

- Tradičně:
  - *getMousePos*
  - *setWidgetPosition (mousePos)*
- Event-based: *onMousePosChange (setWidgetPosition)*
- Reaktivně: *widget { position = mousePos }*

**FRP modeluje data programu jako chování (Behavior), což je abstrakce celého průběhu hodnot v čase běhu programu.**

**FRP modeluje data programu jako chování (Behavior), což je abstrakce celého průběhu hodnot v čase běhu programu.**

To samozřejmě nejde. Budeme říkat, že to je 'implementační detail'.

```
{-# LANGUAGE OverloadedStrings #-}  
import Reflex.Dom  
  
main = mainWidget $ el "div" $ do  
  t ← inputElement "default1"  
  t2 ← inputElement "default2"  
  dynText $ _inputElement_value t  
    ◇ " , " ◇  
    _inputElement_value t2
```

(kód je zjednodušený)

```
data InputElement er d t
  = InputElement
  { _inputElement_value :: Dynamic t Text
  , _inputElement_checked :: Dynamic t Bool
  , _inputElement_checkedChange :: Event t Bool
  , _inputElement_input :: Event t Text
  , _inputElement_hasFocus :: Dynamic t Bool
  , _inputElement_element :: Element er d t
  , _inputElement_raw :: RawInputElement d
  , _inputElement_files :: Dynamic t [RawFile d]
  }
```

```
data InputElement er d t
  = InputElement
  { _inputElement_value :: Dynamic t Text
  , _inputElement_checked :: Dynamic t Bool
  , _inputElement_checkedChange :: Event t Bool
  , _inputElement_input :: Event t Text
  , _inputElement_hasFocus :: Dynamic t Bool
  , _inputElement_element :: Element er d t
  , _inputElement_raw :: RawInputElement d
  , _inputElement_files :: Dynamic t [RawFile d]
  }
```

Nějakou jednodušší variantu FRP dozajista čeká zářivá budoucnost.

## eDSL a interprety

---



- ADTs jsou skvělé na reprezentaci výrazů a programů (podíváme se na několik alternativ a pomůcek)
- embedované jazyky mají minimální overhead díky agresivním optimalizacím
- díky efektovým systémům je dost jednoduché psát kvalitní interpretery

**data** *Expr*

= *Var String*

| *Lam String Expr*

| *App Expr Expr*

| *Plus Expr Expr*

| *Negate Expr*

| ...

- Je string dobrý typ pro proměnné?
- Budou existující funkce fungovat když přidám jazykovou featuru?
- Je výraz (nějak) validní?
- Musím všechny funkce psát rekurzivně?
- ...

**data** *Expr a*

  = *Var a*

  | *Lam a (Expr a)*

  | *App (Expr a) (Expr a)*

  | *Plus (Expr a) (Expr a)*

  | *Negate (Expr a)*

  | ...

- většinou dává smysl jako funktor
- místo Stringů můžete použít např. indexy nebo reference (rychlost)

**data** *Expr a* where

*Val* :: *a* → *Expr a*

*Lam* :: (*Expr a* → *Expr b*) → *Expr (a* → *b)*

*App* :: *Expr (a* → *b)* → *Expr a* → *Expr b*

*id'* :: *Expr (a* → *a)*

*id'* = *Lam* ( $\lambda x \rightarrow x$ )

*const'* :: *Expr (a* → *b* → *a)*

*const'* = *Lam* ( $\lambda x \rightarrow \text{Lam } (\lambda y \rightarrow x)$ )

*eval* :: *Expr a* → *a*

*eval* (*Val v*) = *v*

*eval* (*Lam f*) =  $\lambda x \rightarrow \text{eval } (f \text{ (Val } x))$

*eval* (*App f p*) = (*eval f*) (*eval p*)

- typ výrazu je určitě správně!
- poněkud nepohodlné (parsery musí znát typ předem, prettyprinting je komplikovaný)

**Problém:** Struktura v ADT syntaxi neposkytuje žádné typové záruky (ale jde 'rozebrat' ručně), HOAS je nedostatečně patternmatchovatelný (ale je typovaný Haskelllem).

```
class Expr repr where
```

```
  val :: Int → repr
```

```
  add :: repr → repr → repr
```

```
  mul :: repr → repr → repr
```

```
instance Expr Int where
```

```
  val n = n
```

```
  add a b = a + b
```

```
  mul a b = a * b
```

```
instance Expr String where
```

```
  val n = show n
```

```
  add a b = "(" ++ a ++ "+" ++ b ++ ")"
```

```
  mul a b = "(" ++ a ++ "*" ++ b ++ ")"
```

```
eval :: Int → Int
```

```
eval = id
```

```
render :: String → String
```

```
render = id
```

```
expr :: Expr r ⇒ r
```

```
expr = add (val 1) (mul (val 2) (val 3))
```

```
eval expr ≡ 7
```

```
render expr ≡ "(1+(2*3))"
```

### Horizontální rozšiřitelnost

```
instance Expr (Writer [Asm]) where ...  
compile :: Writer [Asm] → Writer [Asm]  
compile = id
```

### Vertikální rozšiřitelnost

```
class Expr repr ⇒ Lang repr  
  var :: String → repr  
  assign :: String → repr → repr  
  semicolon :: repr → repr → repr  
instance Lang (Writer [Asm]) where  
  ...  
  semicolon a b = a >> b
```

**Jak vypadá final encoding v paměti?**



**Jak vypadá final encoding v paměti?**  
**AST je vyrobené z funkcí pospojovaných v STG.**

```
class Expr rep where
```

```
  lam :: (rep a → rep b) → rep (a → b)
```

```
  app :: rep (a → b) → (rep a → rep b)
```

```
  val :: a → rep a
```

```
newtype Interpret a = R { reify :: a }
```

```
instance Expr Interpret where
```

```
  lam f = R $ reify . f . R
```

```
  app f a = R $ reify f $ reify a
```

```
  val = R
```

```
example :: Expr rep ⇒ rep Int
```

```
example = app (lam (λx → x)) (val 3)
```

```
eval :: Interpret a → a
```

```
eval e = reify e
```

- tagged final interpreters si musí typovou informaci ukládat ručně
- v tagless verzi se o typy stará kompilátor a není potřeba je pracně ukládat a matchovat

**Následuje sbírka užitečných řešení typických problémů**

## Anotace kódu (typicky lokace)

```
type Loc = Int  
data Expr  
  = Val Loc Int  
  | Plus Loc Expr Expr
```

## Anotace kódu (typicky lokace)

```
type Loc = Int  
data Expr  
    = Val Loc Int  
    | Plus Loc Expr Expr
```

Lepší:

```
data L a = L Int a  
type Expr a = L (Ex a)  
data Ex a = Val Int | Plus Expr Expr
```

```
type Loc = Int  
data Expr  
    = Val Loc Int  
    | Plus Loc Expr Expr
```

Lepší:

```
data L a = L Int a  
type Expr a = L (Ex a)  
data Ex a = Val Int | Plus Expr Expr
```

Systematické (*Data.Fix*):

```
newtype Fix f = Fix { unFix :: f (Fix f) }  
data Expr f = Val Int | Plus f f  
data Loc e f = Loc Int (e f)  
type LocExpr = Fix (Loc Expr)  
loc l e = Fix (Loc l e)  
loc 0 (Val 3) :: LocExpr
```

Výhoda: při změnách struktury (např.: odmazání lokací) není potřeba vyrábět nový typ a nové funkce, stačí použít *Fix Expr*.

Vorsicht  
Funktor

2 m Abstand halten

## Monadické DSL bez monád

Monády jdou vyrábět z funktorů zadarmo  
(*Control.Monad.Free*):

```
data Free f a
  = Pure a
  | Free (f (Free f a))

instance Functor f => Monad (Free f) where
  return = Pure
  Pure a >>= f = f a
  Free m >>= f = Free (fmap (>>= f) m)
```



## Monadické DSL bez monád

Monády jdou vyrábět z funktorů zadarmo  
(*Control.Monad.Free*):

```
data Free f a
  = Pure a
  | Free (f (Free f a))
```

```
instance Functor f  $\Rightarrow$  Monad (Free f) where
  return = Pure
  Pure a  $\gg=$  f = f a
  Free m  $\gg=$  f = Free (fmap ( $\gg=$ f) m)
```

- *Pure* hodnoty se chovají 'normálně'
- Každé použití *Free* vyrobí jednu (později interpretovatelnou) vrstvu funktoru

```
Just 3  $\gg$  Nothing
 $\rightsquigarrow$  Nothing
```

```
Free (Just $ pure 3)  $\gg$  Free Nothing
 $\rightsquigarrow$  Free (Just (Free Nothing))
```

```
Pure 123  $\gg=$   $\lambda x \rightarrow$  return x
 $\rightsquigarrow$  Free (Just (Pure 123))
```

```
Free (Just (Pure 1))  $\gg$  Free (Just (Pure 3))
 $\rightsquigarrow$  Free (Just (Free (Just (Pure 3))))
```

```
sum ($) traverse ( $\lambda x \rightarrow$  Free (x, pure x)) [1..5]
 $\rightsquigarrow$  Free (1, Free (2, Free (3, Free (4, Free (5,
  Pure 15)))))
```

```
data ConsoleCmd a
  = WriteLn String a
  | ReadLn (String → a)
deriving Functor

type ConsoleM = Free ConsoleCmd

liftF :: Functor f ⇒ f a → Free f a
liftF = Free · fmap Pure

writeln s = liftF (WriteLn s ())
readLn = liftF (ReadLn id)

program =
  x ← readLn
  y ← readLn
  writeln (show $ read x + read y)
```

```
data ConsoleCmd a
  = WriteLn String a
  | ReadLn (String → a)
deriving Functor

type ConsoleM = Free ConsoleCmd

liftF :: Functor f ⇒ f a → Free f a
liftF = Free · fmap Pure

writeln s = liftF (WriteLn s ())
readLn = liftF (ReadLn id)

program =
  x ← readLn
  y ← readLn
  writeln (show $ read x + read y)
```

```
consInIO :: ConsoleCmd a → IO a
consInIO (WriteLn s cont) = do
  putStrLn s
  pure cont
consInIO (ReadLn callback) = do
  s ← getLine
  pure (callback s)
-- Control.Monad.Free
foldFree :: Monad m
  ⇒ (∀x. f x → m x)
  → Free f a → m a

main = foldFree consInIO program
```

Interpret jde jednoduše vyměnit, např. `consInMock`, `consInConduit`, ...

- Aplikativní funktory umí popsat i poměrně složité procesy, ale nejde v nich rozhodovat o 'tvaru' výpočtu (a o vedlejších efektech) na základě mezivýsledků.
- Monády umí  $\gg=$ , ale ke statické analýze je nutné je spustit a interpretovat.

## Selective

- Aplikativní funktory umí popsat i poměrně složité procesy, ale nejde v nich rozhodovat o 'tvaru' výpočtu (a o vedlejších efektech) na základě mezivýsledků.
- Monády umí  $\gg=$ , ale ke statické analýze je nutné je spustit a interpretovat.

```
class Applicative f  $\Rightarrow$  Selective f where  
  select :: f (Either a b)  $\rightarrow$  f (a  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow$  f b  
  ifS :: Selective f  $\Rightarrow$  f Bool  $\rightarrow$  f a  $\rightarrow$  f a  $\rightarrow$  f a
```

Výhoda: Vhodným funktorem je možné např. posbírat všechny možné chyby.

(podobně: `optparse-applicative`)

- Aplikativní funktory umí popsat i poměrně složité procesy, ale nejde v nich rozhodovat o 'tvaru' výpočtu (a o vedlejších efektech) na základě mezivýsledků.
- Monády umí  $\gg$ , ale ke statické analýze je nutné je spustit a interpretovat.

```
class Applicative f  $\Rightarrow$  Selective f where  
  select :: f (Either a b)  $\rightarrow$  f (a  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow$  f b  
  ifS :: Selective f  $\Rightarrow$  f Bool  $\rightarrow$  f a  $\rightarrow$  f a  $\rightarrow$  f a
```

Výhoda: Vhodným funktorem je možné např. posbírat všechny možné chyby.

(podobně: `optparse-applicative`)

```
data Shape = Circle Int | Rectangle Int Int  
shape :: Selective f  $\Rightarrow$   
  f Bool  $\rightarrow$  f Int  $\rightarrow$  f Int  $\rightarrow$  f Int  $\rightarrow$  f Shape  
shape s r w h = ifS s (Circle <$> r) (Rectangle <$> w <*> h)  
shape (Success True) (Success 10)  
  (Failure ["no width"])  
  (Failure ["no height"])  
   $\leadsto$  Success (Circle 10)  
shape (Success False) (Failure ["no radius"])  
  (Failure ["no width"])  
  (Failure ["no height"])  
   $\leadsto$  Failure ["no width", "no height"]
```

## Take-home message

**Functor < Applicative ≤ Selective < Monad**

## Teoretická odbočka: vyšší pohled na interpretery a kompilátory

Částečným vyhodnocovač kódu je program, který ze zdrojového kódu programu obsahujícího statickou (známou) a dynamickou (neznámou) část vyrobí kód programu neobsahující staticky odvoditelný výpočet.

$mix :: Program$   
     $\rightarrow StaticInput$   
     $\rightarrow Program$

Podobně:  $s_{m,n}$  věta ve vyčíslitelnosti, *peval*,  
“specializace”

Futamura projections (1970):

0. Interpretace zdrojového kódu:  
 $interp\ source\ input = mix\ source\ input$   
(zbyde jen program který přímo vypíše výstup)
1. Kompilace programu:  
 $mix\ interp\ source$
2. Výroba kompilátoru:  
 $mix\ mix\ interp$
3. Univerzální překladač interpreterů na kompilátory:  
 $mix\ mix\ mix$



Programy pracující s komplikovanými datovými strukturami se typicky rozšiřují následovně:

## **Vertikálně** Přidáním typů dat

(OOP: odvozením nových tříd, ADT: přidáním dalších možností do součtového typu, ...)

## **Horizontálně** Přidáním funkcionality

(OOP: rozšíření interfacu, ADT: přidání funkcí/instancí)

**Problém:** Množství kódu je  $\mathcal{O}(h \cdot v)$ , i triviální rozšíření vyžadují implementovat/upravit  $\mathcal{O}(h + v)$  funkcí, typicky 'boilerplate'.

**Cíl:** Chceme implementovat jen to zajímavé.

Jak genericky traverzovat (a modifikovat) struktury?

Nejdřív potřebujeme trochu materializovat typovou bezpečnost.

**class** *Typeable* *a* -- obsah nás nezajímá

*cast* :: (*Typeable a*, *Typeable b*)  $\Rightarrow$  *a*  $\rightarrow$  *Maybe b*

(*cast* ' *a'*) :: *Maybe Bool*

$\leadsto$  *Nothing*

(*cast True*) :: *Maybe Bool*

$\leadsto$  *Just True*

 Lämmel, R., & Jones, S. P. (2003). *Scrap your boilerplate: a practical design pattern for generic programming*. ACM SIGPLAN Notices, 38(3), 26-37.

Generické transformace na neznámém typu nic neudělají:

$mkT :: (Typeable\ a,\ Typeable\ b)$

$\Rightarrow (a \rightarrow a) \rightarrow b \rightarrow b$

$mkT\ f = \text{case cast } f \text{ of}$

$\quad Just\ g \rightarrow g$

$\quad Nothing \rightarrow id$

$mkT\ (\neg)\ True$

$\rightsquigarrow False$

$mkT\ (\neg)\ 'a'$

$\rightsquigarrow 'a'$

Se znalostí 'tvaru' dat je generické transformace možné spouštět na celých datových typech:

**class** *Typeable*  $a \Rightarrow \text{Term } a$  **where**

$\text{gmapT} :: (\forall b. \text{Term } b \Rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow a$

**instance** *Term* *Either*  $a\ b$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (Left } l) = \text{Left } (f\ l)$

$\text{gmapT } f \text{ (Right } r) = \text{Right } (f\ r)$

**instance** *Term*  $(a, b)$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (} l, r \text{)} = (f\ l, f\ r)$

Se znalostí 'tvaru' dat je generické transformace možné spouštět na celých datových typech:

**class** *Typeable*  $a \Rightarrow \text{Term } a$  **where**

$\text{gmapT} :: (\forall b. \text{Term } b \Rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow a$

**instance** *Term* *Either*  $a\ b$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (Left } l) = \text{Left } (f\ l)$

$\text{gmapT } f \text{ (Right } r) = \text{Right } (f\ r)$

**instance** *Term*  $(a, b)$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (} l, r) = (f\ l, f\ r)$

Se znalostí 'tvaru' dat je generické transformace možné spouštět na celých datových typech:

**class** *Typeable*  $a \Rightarrow \text{Term } a$  **where**

$\text{gmapT} :: (\forall b. \text{Term } b \Rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow a$

**instance** *Term* *Either*  $a\ b$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (Left } l) = \text{Left } (f\ l)$

$\text{gmapT } f \text{ (Right } r) = \text{Right } (f\ r)$

**instance** *Term*  $(a, b)$  **where**

$\text{gmapT } f \text{ (} l, r) = (f\ l, f\ r)$

$\text{gmapT } (\text{mkT } (\neg)) \text{ (True, 'a')}$

$\leadsto \text{(False, 'a')}$

Rekurzivně:

*everywhere* :: *Term a*

$\Rightarrow (\forall b. \text{Term } b \Rightarrow b \rightarrow b)$

$\rightarrow a \rightarrow a$

*everywhere* *f* *x* = *f* (*gmapT* (*everywhere* *f*) *x*)

*everywhere* (*mkT* (+1)) (*True*, 'a', (1, *False*, [*True*, *False*]))

$\rightsquigarrow (\text{True}, 'a', (2, \text{False}, [\text{True}, \text{False}]))$

*everywhere* (*mkT* (¬)) (*True*, (1, *False*, [*True*, *False*]))

$\rightsquigarrow (\text{False}, (1, \text{True}, [\text{False}, \text{True}]))$

Současná implementace v GHC:

```
class Typeable a where
```

```
    typeRep # :: TypeRep a
```

```
class Typeable a  $\Rightarrow$  Data a where
```

```
    gfoldl :: ( $\forall d\ b. \text{Data } d \Rightarrow c\ (d \rightarrow b) \rightarrow d \rightarrow c\ b$ )  $\rightarrow$  ( $\forall g. g \rightarrow c\ g$ )  $\rightarrow a \rightarrow c\ a$ 
```

```
    gunfold, toConstr, gmapT, gmapQ, gmapM, ...
```

Obě třídy jdou odvodit mechanicky! *Data* navíc zvládá monády a změny typů:

```
mkT :: (Typeable a, Typeable b)  $\Rightarrow$  (b  $\rightarrow$  b)  $\rightarrow a \rightarrow a$ 
```

```
mkQ :: (Typeable a, Typeable b)  $\Rightarrow r \rightarrow (b \rightarrow r) \rightarrow a \rightarrow r$ 
```

```
mkM :: (Monad m, Typeable a, Typeable b)  $\Rightarrow (b \rightarrow m\ b) \rightarrow a \rightarrow m\ a$ 
```

```
mkR :: (MonadPlus m, Typeable a, Typeable b)  $\Rightarrow m\ b \rightarrow m\ a$ 
```



- Tradiční jazyky**
- *Typeable* zhruba odpovídá RTTI,  
*Data* velmi zhruba odpovídá něčemu jako “Serializable”
  - ‘visitor pattern’ míří podobným směrem, ale neřeší problém  $\mathcal{O}(h \cdot v)$  a typicky nejde bezpečně odvodit automaticky.

**GHC.Generics** Automaticky odvozená typová třída *Generic* poskytuje dost rozsáhlou informaci o typu v GHC, včetně např. jmen konstruktorů.

```
class Generic a where
  type Rep a :: Type → Type
  from :: a → (Rep a) x
  to   :: (Rep a) x → a
```

**Uniplate/Biplate** Starší a jednodušší reprezentace založená na *from* a *to*; odvoditelná z *Data*.

```
ghci> from (Just 3)
M1 {unM1 = R1 (M1 {unM1 = M1 {unM1 = K1 {unK1 = 3}}})}

ghci> :k! Rep (Maybe Int)
Rep (Maybe Int) :: * -> *
= D1
  ('MetaData "Maybe" "GHC.Maybe" "base" 'False)
  (C1 ('MetaCons "Nothing" 'PrefixI 'False) U1
    :+: C1
      ('MetaCons "Just" 'PrefixI 'False)
      (S1
        ('MetaSel 'Nothing
          'NoSourceUnpackedness 'NoSourceStrictness 'DecidedLazy)
        (Rec0 Int)))
```

```
import Control.Lens.Plated
```

```
incrVals = transformOf _Val (+1) :: Expr → Expr
```

```
incrVals (Plus (Val 1) (Mul (Val 2) (Val 3)))
```

```
    ~> (Plus (Val 2) (Mul (Val 3) (Val 4)))
```

```
(Plus (Val 1) (Var "x")) ^.. cosmos · _Var
```

```
    ~> ["x"]
```

```
import Data.Aeson.Lens
```

```
"[1, \"x\", {\"y\": 123}]" ^.. cosmos · _Number
```

```
    ~> [1, 123]
```

Konec

# Konec!

...ale co dál?

- GADTs, existenciální typy (*GenericList*)
- DataKinds (*API "items"*), závislé typy (*Array 5 Int*)
- rekurzivní schémata
- efektové systémy (*freer*, *polysemy*, *fused-effects*, *eff*)
- profunktory a profunktorová optika
- šipky (*arrows*)
- streamové zpracování dat (*conduit*, *pipes*, ...)
- lineární typy