

Fyzikální Model

Cílem je naimplementovat jednoduchý fyzikální model, který simuluje pohyb hmotných bodů v rovině. Na vstupu je dán spojitý graf (ne nutně rovinný), jehož vrcholy jsou body v rovině. Body se vzájemně odpuzují, zatímco hrany fungují jako gumičky, které drží body pohromadě, aby se nerozutekly. Simulace probíhá v kvantovaném čase, kdy se iterativně přepočítává rychlost a pozice bodů ve zvolených časových intervalech. Tento model je inspirován Newtonovskou fyzikou, ale neklade si za cíl jakoukoli fyzikální přesnost. V tomto popisu také nebudeme používat fyzikální jednotky (fyzikové prominou).

Vstupní graf je reprezentován jako trojice (V, E, l) , kde V je množina N vrcholů reprezentovaná polem (vrcholy číslujeme od 0 do $N-1$) a každý vrchol má souřadnice v euklidovské rovině (dvě reálné hodnoty typu `double`). E je množina M hran reprezentovaná jako pole dvojic indexů (i, j) , pro které platí, že první index je vždy menší než druhý ($i < j$) a indexy jsou seříděné vzestupně (primárně podle prvního indexu, sekundárně podle druhého). Konečně l je pole délek jednotlivých hran (tj. má délku M a i -tá hodnota odpovídá délce i -té hrany v E). Indexy a délky hran jsou uloženy jako 32-bitová celá čísla bez znaménka.

Model má tyto parametry reprezentované reálnou hodnotou typu `double`. V závorce je uvedena výchozí hodnota, která také bude použita při testování:

- *vertexRepulsion* (0.1) – intenzita s jakou se body odpuzují
- *vertexMass* (1.0) – hmotnost jednotlivých bodů (ovlivňuje, jak moc síla mění rychlost)
- *edgeCompulsion* (20.0) – intenzita s jakou hrany přitahují incidentní body k sobě
- *slowdown* (0.995) – konstanta simulující disipaci energie do okolí (např. tření bodů s podložkou) a tím relativní zpomalení rychlostí bodů v každé iteraci
- *timeQuantum* (0.001) – velikost časového intervalu, ve kterém probíhá vzorkování

Každý vrchol má navíc vlastní vektor rychlosti \vec{v} . Na počátku je soustava v klidu, tj. všechny rychlosti mají nulový vektor. Simulace samotná probíhá tak, že se v každé iteraci provede následující posloupnost kroků:

1. Pro každý bod se vypočítá vektor síly, který na něj působí (jako složení všech vektorů odpuzujících sil od ostatních bodů a přitahujících sil způsobených hranami).
2. Vypočítané vektory sil upraví aktuální rychlosti příslušných bodů.
3. Rychlosti všech bodů se vynásobí hodnotou *slowdown*, která simuluje interakci bodů s prostředím.
4. Body se posunou dle aktuálních vektorů rychlostí.

Odpudivé síly simulují chování těles, která mají všechna stejný elektrický náboj. Velikost síly, která působí na každou dvojici takových těles, se vypočítá podle Coulombova zákona:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

Vzhledem k tomu, že vše krom vzdálenosti je v našem případě konstanta (pokud mají všechny body stejně velký náboj), zjednodušíme situaci na $F = vertexRepulsion/r^2$.

Přitažlivá síla, kterou působí na body hrany, má opět kvadratickou závislost na vzdálenosti, ale s rostoucí vzdáleností se zvětšuje. Naopak délka každé hrany simuluje její pružnost, a tedy síla je tím menší, čím delší hrana je. Výsledný vzoreček síly je:

$$F = \frac{r^2 \cdot edgeCompulsion}{l}$$

Zrychlení spočítáme pomocí 2. Newtonova zákona:

$$F = am \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{F}{vertexMass}$$

Dále víme, že změna rychlosti odpovídá velikosti zrychlení za čas, a změna pozice (tj. dráha) odpovídá rychlosti za čas. Dostáváme tedy:

$$v = at = \frac{F \cdot timeQuantum}{vertexMass} \quad s = v \cdot timeQuantum$$

Všechny výpočty provádíme diskrétně, tj. skokově upravíme rychlost a následně přepočítáme pozice. Nezapomeňte, že síly a rychlosti se skládají vektorově.

Přestože jsou všechny výpočty prováděny na 64-bit číslech s plovoucí desetinnou čárkou, může dojít k jistým patologickým situacím, když jsou např. dva body příliš blízko u sebe. Abychom předešli alespoň některým, aplikujeme navíc následující omezení při výpočtu odpudivé síly. Pokud je čtverec vzdálenosti dvou bodů menší než 0.0001, saturujeme jej na tuto hodnotu, tedy $r^2 = \max(r^2, 0.0001)$. Toto pravidlo se nevztahuje na výpočet přitažlivé síly.